ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ГОРОДА МОСКВЫ
«ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ №50»
(ГБПОУ ПК № 50)

Методическая разработка открытого занятия по общеобразовательной учебной дисциплине

МАТЕМАТИКА

по теме «Вероятность случайного события. Применение комбинаторики в решении вероятностных задач»

Специальность: 38.02.03 Операционная деятельность в логистике

Группа: ДЛ-106П

Преподаватель: Седова Елена Геннадьевна

Дата проведения: 28 апреля 2016 года

Одобрена
Предметной (цикловой) комиссией общеобразовательных, гуманитарных и естественнонаучных учебных дисциплин

Протокол № 5
от «07» июня 2016 г.

Председатель предметной (цикловой) комиссии

________________(Т.Н.Максименкова)

Разработана
на основе ФГОС среднего общего образования, примерной программы учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» для профессиональных образовательных организаций, автора М.И.Башмакова, 2015, рекомендованной ФГАУ «ФИРО» Минобрнауки России

Заместитель директора по УПР

________________(М.И.Селеменева)

Составитель: Седова Елена Геннадьевна, преподаватель математики высшей квалификационной категории ГБПОУ «Политехнический Колледж № 50»

Тема занятия:
«Вероятность случайного события.
Применение комбинаторики в решении вероятностных задач».

Тип занятия: изучение нового материала.

Форма проведения занятия: лекция с элементами беседы, решение задач.

Длительность занятия: 2 академических часа.

Образовательные цели занятия:

1. Продолжить раскрытие содержания математики, как дедуктивной системы знаний (построить систему определений основных понятий; выявить дополнительные свойства введенных понятий; установить связи введенных и ранее изученных понятий).

2. Систематизировать некоторые вероятностные способы решения задач; раскрыть операционный состав поиска решений задач определенных типов.

3. Создать условия для понимания и осознания студентами основной идеи практической значимости теории вероятностей путем анализа основных теоретических фактов. Раскрыть практические приложения изучаемой в данной теме теории.

Задачи занятия, решение которых будет способствовать достижению поставленных образовательных целей:

1. Сформировать представление о классическом определении вероятности события.

2. Повторить основные понятия и формулы комбинаторики, продемонстрировать их применение для отыскания числа соответствующих типов соединений: перестановок, размещений, сочетаний.

3. Изучить алгоритмы нахождения вероятности события, используя классическое определение вероятности, а также применяя формулы комбинаторики в решении вероятностных задач.

4. Сформировать предписание, позволяющее рационально выбрать один из алгоритмов при решении конкретной задачи.

Развивающие цели:

1. Формировать у студентов устойчивый интерес к предмету, выявлять и развивать математические способности;

2. В процессе обучения развивать речь, логическое мышление, эмоционально-волевую и конкретностно-мотивационную области;

3. Формировать умения самостоятельно находить новые способы решения проблем и задач, правильно применять знания и методы в новых ситуациях и обстоятельствах, в практической деятельности;

4. Развивать умение объяснить факты, связи между явлениями;

5. Учить видеть и демонстрировать логику рассуждений, сходство и различие явлений.

Воспитательные цели:

1. Формировать у студентов нравственные и эстетические представления, систему взглядов на мир, способность следовать нормам поведения в обществе;

2. Формировать потребности личности, мотивы социального поведения, деятельности, ценностей и ценностных ориентаций;

3. Воспитывать личность, способную к самообразованию и самовоспитанию.

Ход занятия:

1. Организационный момент.

2. Объявление темы и цели занятия.

3. Актуализация знаний.

Понятие и свойства факториала

Факториал числа n (лат. *factorialis* — действующий, производящий, умножающий; обозначается **n!**, читается *эн факториал*) — произведение всех натуральных чисел от 1 до n включительно:

$$\boxed{n!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n}$$

Пример: $5!=1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5=120$.

Основное свойство факториала: (n+1)! = n!(n+1).

Примечание: $\boxed{1!=1}$ и $\boxed{0!=1}$

<u>*Задача 1.*</u> Вычислить: $\frac{12!}{8!\cdot 5!}$.

Решение. $\frac{12!}{8!\cdot 5!}=\frac{8!\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{8!\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=99$.

<u>*Задача 2.*</u> Упростить: $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$.

Решение. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}=\frac{(n-1)!\cdot n\cdot (n+1)}{(n-1)!}=n\cdot (n+1)$.

Элементы комбинаторики

Комбинаторика – раздел математики, в котором изучаются способы выбора и размещения элементов некоторого конечного множества на основании определенных условий. Полученные группы элементов называют ***соединениями***.

Выделяют три типа соединений: *перестановки, размещения, сочетания*.

1) ***Перестановки*** – это комбинации, состоящие из одной и той же совокупности n различных элементов и различающиеся только порядком их расположения.

Формула числа перестановок: $\boxed{P_n=n!}$

2) ***Размещения*** – это комбинации по m элементов, составленные из n различных элементов ($m\le n$) и различающиеся либо элементами, либо их порядком.

Формула числа размещений: $\boxed{A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}}$

3) ***Сочетания*** – это комбинации по m элементов, составленные из n различных элементов ($m \le n$) и различающиеся хотя бы одним элементом.

Формула числа сочетаний: $\boxed{C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!}}$

Примеры решения задач на применение формул комбинаторики

<u>Задача 1.</u>
Сколько различных пятизначных чисел, кратных 5, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, при условии, что ни одна цифра в числе не повторяется?

Решение. Все числа, кратные 5, заканчиваются на цифру 5 или цифру 0, поэтому $P_4 = 4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$.

<u>Задача 2.</u>
Сколькими способами можно составить расписание на понедельник из четырех различных предметов, если занятия парные, а всего изучаемых предметов – 10?

Решение. При составлении расписания важен порядок расстановки предметов, поэтому $A_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = \frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 10}{6!} = 5040$.

<u>Задача 3.</u>
Сколькими способами можно отобрать для проведения экспертизы 3 изделия из партии, содержащей всего 15 таких изделий?

Решение. При проведении экспертизы не важен порядок отбора изделий, поэтому $C_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!3!} = \frac{15!}{12!\cdot 3!} = \frac{12!\cdot 13\cdot 14\cdot 15}{12!\cdot 1\cdot 2\cdot 3} = 455$.

4. Изучение нового материала.

Предмет теории вероятностей. Классификация событий

Теория вероятностей – это раздел математики, в котором изучаются случайные явления (события) и выявляются закономерности при их массовом повторении.

Теория вероятностей широко используется в теоретических и практических науках, в планировании и организации производства, анализе качества продукции, анализе технологических процессов, страховании, статистике населения и во многих других отраслях.

Испытание – это действие (явление, наблюдение) с несколькими различными исходами, реализуемое при данном комплексе условий.

Событие – результат произведенного испытания. Различают три вида событий: *достоверные, невозможные и случайные*.

Достоверным называется событие, которое в результате данного испытания обязательно произойдет.

Невозможным называется событие, которое в результате данного испытания произойти не может.

Случайным называется событие, которое в результате данного испытания может произойти или не произойти.

Случайные события обычно обозначают большими буквами латинского алфавита A, B, C и т.д.

Случайные события могут быть: *несовместными и совместными*.

Два события называются ***несовместными***, если появление одного из них исключает появление другого.

Два события называются ***совместными***, если появление одного из них не исключает появления другого.

События называются ***единственно возможными***, если при испытании неизбежно произойдет хотя бы одно из этих событий.

События образуют ***полную группу событий***, если они являются единственно возможными и несовместными исходами некоторого испытания.

События называют ***равновозможными***, если ни у одного из них нет объективных преимуществ.

Благоприятствующими событию A называют те исходы испытаний, при которых событие A происходит обязательно.

Классическое определение вероятности события

Вероятностью события A называется отношение числа **m** благоприятствующих этому событию исходов к общему числу **n** всех равновозможных несовместных элементарных исходов, образующих полную группу.

Вероятность события определяется по формуле: $\boxed{P(A)=\frac{m}{n}}$

Свойства:

1. Вероятность достоверного события равна 1.
2. Вероятность невозможного события равна 0.
3. Вероятность случайного события есть положительное число $0<P(A)<1$.

Следовательно, вероятность любого события удовлетворяет неравенству $0\leq P(A)\leq 1$.

Примеры решения задач на определение вероятности события

<u>Задача 1.</u>

Брошены две монеты. Какова вероятность того, что на каждой монете выпал герб?

Решение.

Определим возможные исходы: «на обеих монетах выпал герб», «на обеих монетах выпала цифра», «на первой монете выпал герб, а на второй монете выпала цифра», «на первой монете выпала цифра, а на второй монете выпал герб».

Получим: n=4, m=1, следовательно, $P(A)=\frac{1}{4}=0,25$.

Задача 2.

В коробке 2 белых и 8 черных шаров. Случайным образом вынули один шар. Какова вероятность того, что он белый?

Решение.

n=10, m=2, следовательно, $P(A)=\frac{2}{10}=0,2$.

Задача 3.

Бросается одновременно два игральных кубика. Какова вероятность того, что сумма очков будет равна 6?

Решение.

n=6×6=36.

Для нахождения *m* составим таблицу.

Кубик № 1	1	2	3	4	5
Кубик № 2	5	4	3	2	1

Получим: m=5, следовательно, $P(A)=\frac{5}{36}$.

Задача 4.

В партии из 12 изделий имеются 3 со скрытыми дефектами. Какова вероятность того, что среди случайным образом отобранных 5 изделий 2 будут иметь дефекты?

Решение.

Общее число исходов:

$$n=C_{12}^{5}=\frac{12!}{(12-5)!5!}=\frac{12!}{7!\cdot 5!}=\frac{7!\cdot 8\cdot 9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{7!\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}=792.$$

Число способов отбора 2 изделий с дефектами из 3 имеющихся:

$$C_3^2=\frac{3!}{(3-2)!2!}=\frac{2!\cdot 3}{1!\cdot 2!}=3.$$

Число способов отбора 3 изделий без дефектов из 9 имеющихся:

$$C_9^3=\frac{9!}{(9-3)!3!}=\frac{6!\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{6!\cdot 1\cdot 2\cdot 3}=84.$$

Число благоприятствующих исходов: $m=C_3^2\cdot C_9^3=3\cdot 84=252$.

Искомая вероятность равна $P(A)=\frac{252}{792}=\frac{7}{22}$.

5. Решение задач.

Решение задач из учебника **Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля**: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / В.А.Гусев, С.Г.Григорьев, С.В.Иволгина. – Москва: Издательский центр «Академия», 2012.
Глава 19, п. 19.2, №2, №4, №5(дополнительно).

6. Информация о внеаудиторной самостоятельной работе.

Задания ЕГЭ по теме «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей»

7. Подведение итогов занятия.

Используемая литература:

1. **Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля**: учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / В.А.Гусев, С.Г.Григорьев, С.В.Иволгина. – Москва: Издательский центр «Академия», 2012.
2. **Математика в задачах с решениями:** учебное пособие / И.Л.Соловейчик, В.Т.Лисичкин. – Санкт-Петербург, издательство «Лань», 2014.