

**ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ГОРОДА МОСКВЫ
«ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ №50 ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ
СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО ТРУДА Н.А.ЗЛОБИНА»
(ГБПОУ «ПК № 50 ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО ТРУДА
Н.А.ЗЛОБИНА»)**


**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ
ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
по учебной дисциплине ЕН.01 МАТЕМАТИКА
для специальности
38.02.03 Операционная деятельность в логистике**

2018г.

Одобрены
предметной (цикловой) комиссией
общеобразовательных, гуманитарных и
естественнонаучных учебных дисциплин

Протокол № 1
от « 31 » августа 2018 года

**Председатель предметной (цикловой)
комиссии**

 (Т.Н.Максименкова)

Разработаны
на основе Федерального государственного
образовательного стандарта среднего
профессионального образования по
специальности 38.02.03 Операционная
деятельность в логистике

**Заместитель директора по учебно-
производственной работе**

 (М.И.Селеменова)

Разработчик:

Седова Елена Геннадьевна, преподаватель математики высшей квалификационной категории
ГБПОУ ПК № 50 имени дважды Героя Социалистического Труда Н.А. Злобина

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Пояснительная записка	4
Самостоятельная работа №1	7
Самостоятельная работа №2	9
Самостоятельная работа №3	11
Самостоятельная работа №4	13
Самостоятельная работа №5	15
Самостоятельная работа №6	17
Самостоятельная работа №7	19
Самостоятельная работа №8	22
Самостоятельная работа №9	24
Справочные материалы	26

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Методические указания по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине **ЕН.01 Математика** предназначены для студентов СПО специальности социально-экономического профиля **38.02.03 Операционная деятельность в логистике**.

Внеаудиторная самостоятельная работа – это обязательная планируемая учебная работа студентов, выполняемая по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия, оценка результатов которой, осуществляться в рамках аудиторных занятий.

Самостоятельная работа студентов проводится с **целью**:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- развития познавательных способностей и активности: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских навыков;
- формирования общих и профессиональных компетенций.

Основные виды внеаудиторной самостоятельной работы:

- *овладение знаниями*: чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы, ресурсов Интернет); конспектирование текста; работа со словарями и справочниками; составление электронной презентации и др.;
- *закрепление и систематизация знаний*: работа с конспектом лекции; работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана и тезисов ответа; ответы на контрольные вопросы; подготовка рефератов, докладов и др.;
- *формирование умений*: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем; выполнение расчетно-графических работ; моделирование и решение различных прикладных задач и др.

По дисциплине **ЕН.01 Математика** основными видами внеаудиторной самостоятельной работы являются:

- ✓ *работа с конспектами лекций;*
- ✓ *работа с учебной и справочной литературой;*
- ✓ *решение заданий по образцу;*
- ✓ *решение вариативных контрольных заданий.*

Критерии оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы:

уровень освоения учебного материала; умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач; сформированность общеучебных умений; обоснованность и четкость изложения материала; уровень оформления работы.

**Распределение объема часов внеаудиторной самостоятельной работы
по разделам и темам учебной дисциплины ЕН.01. Математика**

Внеаудиторная самостоятельная работа	Наименование разделов и тем учебной дисциплины	Количество часов
	Раздел 1. Элементы математического анализа	10
№ 1	Тема 1.1. Предел и непрерывность функции	3
№ 2	Тема 1.2. Дифференциальное исчисление	4
№ 3	Тема 1.3. Интегральное исчисление	3
	Раздел 2. Элементы теории вероятностей, математической статистики и дискретной математики	7
№ 4	Тема 2.1. Элементы теории вероятностей	3
№ 5	Тема 2.2. Элементы математической статистики	2
№ 6	Тема 2.3. Элементы дискретной математики	1
	Раздел 3. Элементы линейной алгебры и теории комплексных чисел	7
№ 7	Тема 3.1. Элементы линейной алгебры	5
№ 8	Тема 3.2. Элементы теории комплексных чисел	2
	Итоговый контроль	2
№ 9	Зачет	2
Всего часов внеаудиторной самостоятельной работы		25

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен

- уметь:

* решать прикладные задачи в области профессиональной деятельности;

- знать:

* значение математики в профессиональной деятельности и при освоении программы подготовки специалистов среднего звена;

* основные математические методы решения прикладных задач в области профессиональной деятельности;

* основные понятия и методы математического анализа, дискретной математики, линейной алгебры, теории комплексных чисел, теории вероятностей и математической статистики;

* основы интегрального и дифференциального исчисления.

Учебная литература для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине ЕН.01. Математика

Основная:

[1] **Математика для профессий и специальностей социально-экономического профиля:** учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / В.А.Гусев, С.Г.Григорьев, С.В.Иволгина. – Москва: Издательский центр «Академия», 2012.

[2] **Математика:** учебник для студ. образоват. учреждений сред. проф. образования / С.Г.Григорьев, С.В.Иволгина; под ред. В.А.Гусева. – Москва: Издательский центр «Академия», 2014.

[3] **Математика в задачах с решениями:** учебное пособие / И.Л.Соловейчик, В.Т.Лисичкин. – Санкт-Петербург, издательство «Лань», 2014.

Дополнительная:

4. **Элементы высшей математики:** учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / В.П.Григорьев, Ю.А.Дубницкий, Т.Н.Сабурова. – Москва: Издательский центр «Академия», 2017.

5. **Практические занятия по математике:** учебное пособие для бакалавров / Н.В.Богомолв. — Москва : Издательство «Юрайт», 2014.

Интернет-ресурсы:

1. Электронный ресурс «Единое окно доступа к образовательным ресурсам»: <http://window.edu.ru>.

2. Электронный ресурс «Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов»: <http://fcior.edu.ru>.

3. Математический портал (все книги по математике): <http://math-portal.ru>.

4. Математика для колледжей: <http://www.mathteachers.narod.ru>.

5. Математика за среднюю школу: <http://www.mathematics.ru>.

Самостоятельная работа № 1

Раздел 1. Элементы математического анализа

Тема 1.1. Предел и непрерывность функции

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [1].
Глава 13. Предел функции:
 - 13.1. Понятие предела функции;
 - 13.2. Геометрическая интерпретация понятия предела;
 - 13.3. Основные свойства пределов функций;
 - 13.4. Первый замечательный предел;
 - 13.5. Второй замечательный предел;
 - 13.6. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.Глава 14. Непрерывность функции. Точки разрыва функции:
 - 14.1. Понятие непрерывности функции;
 - 14.2. Свойства непрерывных функций;
 - 14.4. Точки разрыва функции и их классификация.
- 3) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Определение предела функции в точке и определение предела функции на бесконечности, их геометрический смысл;
- 2) Основные свойства пределов функций;
- 3) Методы вычисления пределов, раскрытие неопределенностей;
- 4) Первый и второй замечательные пределы;
- 5) Бесконечно малые и бесконечно большие функции;
- 6) Определение функции непрерывной в точке;
- 7) Определение функции непрерывной на промежутке;
- 8) Свойства непрерывных функций;
- 9) Определение точки разрыва функции;
- 10) Определение одностороннего предела (слева и справа);
- 11) Определения точки разрыва 1-го рода и точки разрыва 2-го рода.

2. Решение заданий по образцу на тему «Предел и непрерывность функции»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

- [1] Глава 13, Задачи для самостоятельного решения №2 (1, 3, 7);
- [1] Глава 14, Задачи для самостоятельного решения №2 (1, 2).

3. Контрольные задания по теме «Предел и непрерывность функции»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. Найдите пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{3-\sqrt{x+6}}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{3x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 20x}$;

2. Найдите точки разрыва функции и определите типы разрывов

а) $y = \frac{4x}{x-5}$, б) $y = \frac{2}{1+4^{\frac{1}{x-1}}}$.

Вариант 2

1. Найдите пределы функций

а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{4-\sqrt{x+12}}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{4x}$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 18x}$;

2. Найдите точки разрыва функции и определите типы разрывов

а) $y = \frac{5x}{x-4}$, б) $y = \frac{3}{1+3^{\frac{1}{x-2}}}$.

Критерии оценивания:

«5» баллов – выполнено 5 заданий;

«4» балла – выполнено 4 задания;

«3» балла – выполнено 3 задания;

«2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Самостоятельная работа № 2

Раздел 1. Элементы математического анализа

Тема 1.2. Дифференциальное исчисление

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [1].
Глава 15. Производная функции:
 - 15.1. Механический, геометрический и экономический смысл производной;
 - 15.2. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью;
 - 15.3. Основные правила дифференцирования;
 - 15.4. Таблица производных основных элементарных функций;
 - 15.6. Применение производных к вычислению пределов.
- 3) Основная учебная литература [2].
Глава 1. Дифференциальное и интегральное исчисление:
 - 1.7. Понятие дифференциала функции (1.7.1, 1.7.2);
 - 1.8. Производные высших порядков (1.8.1);
 - 1.11. Эластичность функции как один из примеров использования понятия производной в экономике (1.11.1, 1.11.2).
- 4) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Определение производной функции;
- 2) Механический, геометрический и экономический смысл производной;
- 3) Основные правила дифференцирования;
- 4) Дифференцирование сложной и обратной функции;
- 5) Производные основных элементарных функций;
- 6) Применение производной к вычислению пределов. Правило Лопиталя;
- 7) Определение дифференциала функции, его геометрический смысл;
- 8) Производные высших порядков;
- 9) Понятие эластичности функции, эластичность спроса и предложения относительно цены;
- 10) Применение производной в экономике.

2. Решение заданий по образцу на тему «Дифференциальное исчисление»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

- [1] Глава 15, Задачи для самостоятельного решения №1 (1, 4, 8, 14, 16), №2 (1, 2);
- [2] Глава 1, п. 1.8, Задачи для самостоятельного решения №1 (1, 3);
- [2] Глава 1, п. 1.11, Задачи для самостоятельного решения №2 (а), №6 (а).

3. Контрольные задания по теме «Дифференциальное исчисление»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. Найдите производные функций

а) $y = \frac{2}{x^3} - \frac{8}{\sqrt{x}} + \sqrt[3]{x^2}$,

б) $y = (x - 2) \cdot \sin^2 x$,

в) $y = \frac{\ln 2x}{3^x}$,

г) $y = \arccos 5x$.

2. Найдите производную функции третьего порядка $y = 6x^5 + \cos 4x$.

3. Функция спроса на некоторый товар имеет вид $q = 120 - 5p^2$. Найдите значение коэффициента эластичности спроса при цене $p = 4$.

Прокомментируйте полученный результат.

Вариант 2

1. Найдите производные функций

а) $y = \frac{3}{x^2} + \frac{6}{\sqrt{x}} - \sqrt[4]{x^3}$,

б) $y = (x + 1) \cdot \cos^2 x$,

в) $y = \frac{\ln 3x}{2^x}$,

г) $y = \arcsin 4x$.

2. Найдите производную функции третьего порядка $y = 5x^4 - \sin 3x$.

3. Функция предложения некоторого товара имеет вид $q = 4p^2 - 60$. Найдите значение коэффициента эластичности предложения при цене $p = 5$.

Прокомментируйте полученный результат.

Критерии оценивания:

«5» баллов – выполнено 6 заданий;

«4» балла – выполнено 5 заданий;

«3» балла – выполнено 4 задания;

«2» балла – выполнено менее 4 заданий.

Самостоятельная работа № 3

Раздел 1. Элементы математического анализа

Тема 1.3. Интегральное исчисление

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [1].
Глава 17. Неопределенный интеграл:
17.1. Основная задача интегрального исчисления;
17.2. Первообразная и неопределенный интеграл;
17.3. Простейшие свойства неопределенных интегралов;
17.4. Интегрирование в конечном виде и таблица неопределенных интегралов;
17.5. Методы интегрирования.
Глава 18. Определенный интеграл:
18.1. Основные понятия;
18.2. Свойства определенного интеграла;
18.3. Формула Ньютона-Лейбница;
18.4. Геометрические приложения определенного интеграла.
- 3) Основная учебная литература [2].
Глава 1. Дифференциальное и интегральное исчисление:
1.13. Определенный интеграл. (1.13.4).
- 4) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Определение первообразной функции;
- 2) Определение неопределенного интеграла;
- 3) Свойства неопределенного интеграла;
- 4) Таблица неопределенных интегралов;
- 5) Метод непосредственного интегрирования;
- 6) Метод замены переменной в неопределенном интеграле;
- 7) Определение определенного интеграла;
- 8) Геометрический смысл определенного интеграла;
- 9) Свойства определенного интеграла;
- 10) Вычисление определенного интеграла, формула Ньютона-Лейбница;
- 11) Метод замены переменной в определенном интеграле;
- 12) Геометрические приложения определенного интеграла;
- 13) Применение интеграла в экономике.

2. Решение заданий по образцу на тему «Интегральное исчисление»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

[1] Глава 17, Задачи для самостоятельного решения №1 (1, 2, 4, 6);

[2] Глава 1, п. 1.13, Задачи для самостоятельного решения №1 (2, 4);

[1] Глава 18, Задачи для самостоятельного решения №1 (2).

3. Контрольные задания по теме «Интегральное исчисление»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. Найдите неопределенный интеграл

а) $\int \frac{4x dx}{\sqrt{2x^2 + 1}}$, б) $\int (2x^3 - 1)^4 x^2 dx$.

2. Вычислите определенный интеграл методом замены переменной

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx$, б) $\int_0^1 \frac{10x dx}{5x^2 + 1}$.

3. Найдите объем продукции, произведенной бригадой за первые два часа рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией

$$y = \frac{5}{3t + 2}.$$

Вариант 2

1. Найдите неопределенный интеграл

а) $\int \frac{6x dx}{\sqrt{3x^2 + 1}}$, б) $\int (3x^4 + 1)^2 x^3 dx$.

2. Вычислите определенный интеграл методом замены переменной

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \cdot \cos x dx$, б) $\int_0^1 \frac{12x dx}{6x^2 + 1}$.

3. Найдите объем продукции, произведенной бригадой за первые три часа рабочего дня, если производительность труда характеризуется функцией

$$y = \frac{4}{2t + 3}.$$

Критерии оценивания:

«5» баллов – выполнено 5 заданий;

«4» балла – выполнено 4 задания;

«3» балла – выполнено 3 задания;

«2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Самостоятельная работа № 4

Раздел 2. Элементы теории вероятностей, математической статистики и дискретной математики

Тема 2.1. Элементы теории вероятностей

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [1].
Глава 19. Элементы теории вероятностей и математической статистики:
19.1. События и их классификация. Классическое и статистическое определение вероятности случайного события;
19.2. Комбинаторика. Выборки элементов. Размещения, перестановки, Сочетания;
19.3. Сумма и произведение событий. Вероятность появления хотя бы одного События.
- 3) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Понятие события;
- 2) Достоверное, невозможное, случайное события;
- 3) Виды случайных событий;
- 4) Классическое определение вероятности события;
- 5) Правила комбинаторики;
- 6) Размещения, перестановки, сочетания;
- 7) Вероятность суммы событий (несовместных и совместных);
- 8) Вероятность произведения событий (зависимых и независимых);
- 9) Применение теории вероятностей в экономике.

2. Решение заданий по образцу на тему «Элементы теории вероятностей»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

- [1] Глава 19, п.19.2, Задачи для самостоятельного решения №2, №4;
[1] Глава 19, п.19.3, Задачи для самостоятельного решения №1, №8, №11.

3. Контрольные задания по теме «Элементы теории вероятностей»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. В урне лежат 7 белых и 3 черных шаров. Случайным образом вынимают два шара. Найдите вероятность того, что оба шара окажутся черными.

2. Из колоды в 36 карт наугад вынимают одну карту. Найдите вероятность того, что эта карта либо дама, либо карта червовой масти.
3. В партии из 16 деталей имеются 6 бракованных. Какова вероятность того, что среди наудачу отобранных 8 деталей окажутся 3 бракованные?
4. Товар определенной марки завозится в торговый центр с трех баз. Вероятности того, что данный товар есть в наличии на первой, второй и третьей базах, равны соответственно: 0,6; 0,7; 0,8. Найдите вероятность того, что нужный товар есть только на одной базе.

Вариант 2

1. В урне лежат 6 белых и 4 черных шаров. Случайным образом вынимают два шара. Найдите вероятность того, что оба шара окажутся черными.
2. Из колоды в 36 карт наугад вынимают одну карту. Найдите вероятность того, что эта карта либо валет, либо карта трефовой масти.
3. В партии из 18 деталей имеются 8 бракованных. Какова вероятность того, что среди наудачу отобранных 9 деталей окажутся 4 бракованные?
4. Товар определенной марки завозится в торговый центр с трех баз. Вероятности того, что данный товар есть в наличии на первой, второй и третьей базах, равны соответственно: 0,6; 0,7; 0,8. Найдите вероятность того, что нужный товар есть только на двух базах.

Критерии оценивания:

- «5» баллов – выполнено 4 задания;
- «4» балла – выполнено 3 задания;
- «3» балла – выполнено 2 задания;
- «2» балла – выполнено менее 2 заданий.

Самостоятельная работа № 5

Раздел 2. Элементы теории вероятностей, математической статистики и дискретной математики

Тема 2.2. Элементы математической статистики

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [1].
Глава 19. Элементы теории вероятностей и математической статистики:
19.7. Задачи математической статистики.
- 3) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Выборка, варианты, вариационный ряд, частоты вариант, объем и размах выборки;
- 2) Статистическое распределение выборки;
- 3) Полигон и гистограмма частот;
- 4) Мода и медиана выборки;
- 5) Числовые характеристики выборки: выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение;

2. Решение заданий по образцу на тему «Элементы математической статистики»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

[1] Глава 19, п.19.7, Задачи для самостоятельного решения №1.

3. Контрольные задания по теме «Элементы математической статистики»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. Статистическое распределение выборки представлено таблицей:

x_i	2	4	6	8	10
n_i	3	5	7	9	11

Определите:

- 1) моду вариационного ряда;
 - 2) медиану вариационного ряда.
2. Запишите вариационный ряд и статистическое распределение элементов

выборки 10, 12, 10, 15, 14, 11, 15, 11, 12, 13, 15, 10, 12, 16, 15, 13, 16 – из числа отработанных дней за январь месяц сотрудниками фирмы. Определите:

- 1) объем выборки;
- 2) размах выборки.

3. Статистическое распределение выборки представлено таблицей:

x_i	5	6	7
n_i	2	1	2

Найдите:

- 1) выборочную среднюю;
- 2) выборочную дисперсию;
- 3) выборочное среднее квадратическое отклонение.

Вариант 2

1. Статистическое распределение выборки представлено таблицей:

x_i	3	5	7	9	11
n_i	2	4	6	8	10

Определите:

- 1) моду вариационного ряда;
- 2) медиану вариационного ряда.

2. Запишите вариационный ряд и статистическое распределение элементов выборки 11, 12, 18, 15, 14, 11, 15, 16, 15, 13, 15, 16, 12, 15, 17, 13, 18 – из числа отработанных дней за январь месяц сотрудниками фирмы. Определите:

- 1) объем выборки;
- 2) размах выборки.

3. Статистическое распределение выборки представлено таблицей:

x_i	4	5	6
n_i	3	1	3

Найдите:

- 1) выборочную среднюю;
- 2) выборочную дисперсию;
- 3) выборочное среднее квадратическое отклонение.

Критерии оценивания:

- «5» баллов – верно найдены 7 характеристик;
- «4» балла – верно найдены 5-6 характеристик;
- «3» балла – верно найдены 3-4 характеристики;
- «2» балла – верно найдены менее 3 характеристик.

Самостоятельная работа № 6

Раздел 2. Элементы теории вероятностей, математической статистики и дискретной математики

Тема 2.3. Элементы дискретной математики

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [2].
Глава 5. Основы дискретной математики:
5.1. Множества и операции над ними (5.1.1, 5.1.2, 5.1.3, 5.1.4, 5.1.5);
5.2. Элементы математической логики (5.2.1).
- 3) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Понятие множества, способы задания множеств;
- 2) Операции над множествами (объединение, пересечение, дополнение, разность);
- 3) Разбиение множества на классы;
- 4) Логические операции над высказываниями.

2. Решение заданий по образцу на тему «Элементы дискретной математики»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

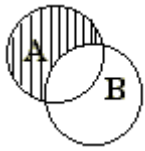
- [2] Глава 5, п. 5.1, Задачи для самостоятельного решения №1 (а, б), №3;
[2] Глава 5, п. 5.2, Задачи для самостоятельного решения №1 (а, б).

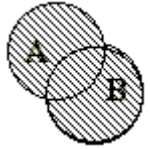
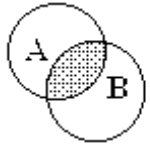
3. Контрольные задания по теме «Элементы дискретной математики»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. Даны три множества $A = \{1;2;3\}$; $B = \{4;5;6\}$; $C = \{3;6;9\}$. Запишите множество $(A \cup B) \setminus C$.
2. Установите соответствие между определениями и рисунками, которые их демонстрируют. Ответ запишите в виде последовательности цифр.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ		РИСУНОК	
А	Объединением ($A \cup B$) множеств A и B называется множество, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств	1	

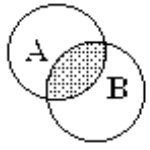
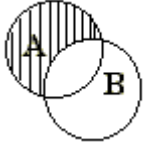
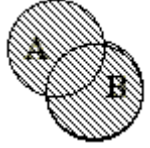
В	Пересечением ($A \cap B$) множеств А и В называется множество, элементы которого принадлежат как множеству А, так и множеству В	2	
С	Разностью ($A \setminus B$) множеств А и В называется множество, элементы которого принадлежат множеству А, но не принадлежат множеству В	3	

3. На фирме работают 100 человек. Известно, что 70 человек владеют английским языком, 45 человек владеют немецким языком, а 25 человек владеют и английским и немецким языками. Сколько человек на фирме не владеют ни английским, ни немецким?

Вариант 2

1. Даны три множества $A = \{1;2;3\}$; $B = \{3;6;9\}$; $C = \{6;7;8\}$. Запишите множество $(A \cup C) \setminus B$.

2. Установите соответствие между определениями и рисунками, которые их демонстрируют. Ответ запишите в виде последовательности цифр.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ		РИСУНОК	
А	Объединением ($A \cup B$) множеств А и В называется множество, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств	1	
В	Пересечением ($A \cap B$) множеств А и В называется множество, элементы которого принадлежат как множеству А, так и множеству В	2	
С	Разностью ($A \setminus B$) множеств А и В называется множество, элементы которого принадлежат множеству А, но не принадлежат множеству В	3	

3. На фирме работают 125 человек. Известно, что 90 человек владеют английским языком, 65 человек владеют немецким языком, а 30 человек владеют и английским и немецким языками. Сколько человек на фирме не владеют ни английским, ни немецким?

Критерии оценивания:

- «5» баллов – выполнено 3 задания;
- «4» балла – выполнено 2 задания;
- «3» балла – выполнено 1 задание;
- «2» балла – не выполнено ни одного задания.

Самостоятельная работа № 7

Раздел 3. Элементы линейной алгебры и теории комплексных чисел

Тема 3.1. Элементы линейной алгебры

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [3].
Глава 1. Линейная алгебра:
§1. Определение матрицы. Действия над матрицами и векторами;
§2. Определитель матрицы. Свойства определителей и их вычисление;
§5. Решение систем линейных уравнений по формулам Крамера;
§6. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
- 3) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Матрицы, виды матриц;
- 2) Линейные операции над матрицами;
- 3) Умножение матриц;
- 4) Определитель матрицы;
- 5) Основные свойства определителей;
- 6) Вычисление определителей второго порядка;
- 7) Вычисление определителей третьего порядка (правило Сарруса);
- 8) Миноры и алгебраические дополнения элементов определителя;
- 9) Разложение определителя по элементам строки или столбца;
- 10) Вычисление определителя с помощью его разложения по элементам строки или столбца;
- 11) Решение систем линейных уравнений с двумя неизвестными по формулам Крамера;
- 12) Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными по формулам Крамера;
- 13) Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными методом Гаусса;
- 14) Применение линейной алгебры в экономике.

2. Решение заданий по образцу на тему «Элементы линейной алгебры»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

[3] Глава 1, №11, №23, №35, №46, №75, №78, №85.

3. Контрольные задания по теме «Элементы линейной алгебры»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. Найдите произведение матриц АВ

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 5 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$.

3. Решите систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 5x + y - 3z = 2; \\ 4x + 3y + 2z = 16; \\ 2x - 3y + z = 17. \end{cases}$$

4. Предприятие выпускает продукцию трех видов, используя для этого сырье трех типов. Сведения о расходе и запасе сырья представлены в таблице.

Тип сырья	Расход сырья по видам продукции, ед./изд.			Запас сырья, ед.
	П1	П2	П3	
С1	3	8	2	25
С2	9	7	3	32
С3	2	6	4	26

Определите план выпуска каждого вида продукции при условии использования всего имеющегося в запасе сырья. (Указание: по данным таблицы запишите систему линейных уравнений и решите её любым известным методом.)

Вариант 2

1. Найдите произведение матриц АВ

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 8 & 7 & -1 \end{vmatrix}$.

3. Решите систему уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 10; \\ x + 5y - 2z = -15; \\ 2x - 2y - z = 3. \end{cases}$$

4. Предприятие выпускает продукцию трех видов, используя для этого сырье трех типов. Сведения о расходе и запасе сырья представлены в таблице.

Тип сырья	Расход сырья по видам продукции, ед./изд.			Запас сырья, ед.
	П1	П2	П3	
С1	4	9	2	32
С2	2	5	6	22
С3	7	3	8	35

Определите план выпуска каждого вида продукции при условии использования всего имеющегося в запасе сырья. (Указание: по данным таблицы запишите систему линейных уравнений и решите её любым известным методом.)

Критерии оценивания:

- «5» баллов – выполнено 4 задания;
- «4» балла – выполнено 3 задания;
- «3» балла – выполнено 2 задания;
- «2» балла – выполнено менее 2 заданий.

Самостоятельная работа № 8

Раздел 3. Элементы линейной алгебры и теории комплексных чисел

Тема 3.2. Элементы теории комплексных чисел

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [3].
Глава 2. Числовые системы и приближенные вычисления:
§2. Комплексные числа.
- 3) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал:

- 1) Понятие мнимой единицы;
- 2) Степени мнимой единицы;
- 3) Определение комплексного числа;
- 4) Геометрическая интерпретация комплексного числа;
- 5) Модуль комплексного числа;
- 6) Сопряженные комплексные числа;
- 7) Действия над комплексными числами в алгебраической форме;
- 8) Решение уравнений на множестве комплексных чисел.

2. Решение заданий по образцу на тему «Элементы теории комплексных чисел»

Изучите примеры решения задач, рассмотренные в конспектах лекций и учебной литературе. Выполните задания:

[3] Глава 2, №212, №213, №219.

3. Контрольные задания по теме «Элементы теории комплексных чисел»

Выполните контрольные задания по вариантам.

Вариант 1

1. Найдите произведение комплексных чисел $(2 + 3i) \cdot (2 - 3i)$.
2. Найдите частное комплексных чисел $\frac{4 - 5i}{-3 + 6i}$.
3. Найдите модуль комплексного числа $(6 + 8i)$.
4. Решите уравнения на множестве комплексных чисел:
 - а) $x^2 - 8x + 20 = 0$;
 - б) $x^4 = 16$.

Вариант 2

1. Найдите произведение комплексных чисел $(3 + 4i) \cdot (3 - 4i)$.
2. Найдите частное комплексных чисел $\frac{3 + 6i}{-4 + 5i}$.
3. Найдите модуль комплексного числа $(5 + 12i)$.
4. Решите уравнения на множестве комплексных чисел:
 - а) $x^2 - 4x + 13 = 0$;
 - б) $x^4 = 81$.

Критерии оценивания:

- «5» баллов – выполнено 5 заданий;
- «4» балла – выполнено 4 задания;
- «3» балла – выполнено 3 задания;
- «2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Самостоятельная работа № 9

Итоговый контроль

Зачет

1. Работа с конспектами лекций и учебной литературой.

Информационное обеспечение:

- 1) Конспекты лекций.
- 2) Основная учебная литература [1], [2], [3].
- 3) Дополнительная учебная литература, справочные материалы, Интернет-ресурсы.

Задание.

Повторите изученный теоретический материал по темам:

- 1) Предел и непрерывность функции;
- 2) Дифференциальное исчисление;
- 3) Интегральное исчисление;
- 4) Элементы теории вероятностей;
- 5) Элементы математической статистики;
- 6) Элементы дискретной математики;
- 7) Элементы линейной алгебры.

2. Решение заданий по образцу (подготовка к зачету)

Выполните задания:

1. Найдите предел функции

$$\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x + 6}{5 - \sqrt{19 - x}}.$$

2. Найдите вторую производную функции:

- a) $y = \arcsin 4x$;
- б) $y = \arccos 5x$.

3. Вычислите определенный интеграл:

$$a) \int_0^2 \frac{12x dx}{\sqrt{6x^2 + 1}};$$

$$б) \int_0^1 \frac{8x dx}{4x^2 + 1}.$$

4. а) Функция спроса на некоторый товар имеет вид $q = 28 - 3p^2$.

Найдите значение коэффициента эластичности спроса при цене $p = 2$.

Прокомментируйте полученный результат.

б) Функция предложения некоторого товара имеет вид $q = 5p^2 - 12$.
Найдите значение коэффициента эластичности предложения при цене $p = 2$. Прокомментируйте полученный результат.

5. Автосалон реализует партию автомобилей в количестве 16 штук, причем 3 автомобиля из данной партии имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что среди 9 автомобилей, приобретаемых коммерческой организацией, окажутся 2 автомобиля с дефектами? Ответ запишите в виде десятичной дроби, округлив полученное значение до тысячных.

6. Решите систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 3x - 8y + 6z = 5, \\ -5x + 4y + 3z = 12, \\ 7x + 2y - 5z = -4. \end{cases}$$

Элементы математического анализа

Основные теоремы о пределах

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x))^n = (\lim_{x \rightarrow a} f(x))^n$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

Первый замечательный предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ или $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$

Второй замечательный предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, $e = 2,71828\dots$

Эластичность функции (спроса или предложения относительно цены)

1. Коэффициент эластичности спроса $E = \frac{p \cdot Q'(p)}{Q(p)}$, где

$Q(p)$ – функция спроса на товар, p – цена товара.

Спрос на товар:

- 1) эластичен, если $E < -1$;
- 2) неэластичен, если $-1 < E < 0$;
- 3) нейтрален, если $E = -1$.

2. Коэффициент эластичности предложения $E = \frac{p \cdot Q'(p)}{Q(p)}$, где

$Q(p)$ – функция предложения товара, p – цена товара.

Предложение товара:

- 1) эластично, если $E > 1$;
- 2) неэластично, если $0 < E < 1$;
- 3) нейтрально, если $E = 1$.

Правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$

Формула Ньютона-Лейбница: $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Таблица производных	Таблица интегралов
<ol style="list-style-type: none"> 1. $(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$ 2. $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{u^2} \cdot u'$ 3. $(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$ 4. $(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u', (u > 0)$ 5. $(\log_a u)' = \frac{1}{u \ln a} \cdot u',$ $a > 0, a \neq 1, u > 0$ 6. $(e^u)' = e^u \cdot u'$ 7. $(a^u)' = a^u \ln a \cdot u',$ $a > 0, a \neq 1$ 8. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$ 9. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$ 10. $(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$ 11. $(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$ 12. $(\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1+u^2} \cdot u'$ 13. $(\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1+u^2} \cdot u'$ 14. $(\operatorname{arcsin} u)' = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$ 15. $(\operatorname{arccos} u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u'$ 	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\int du = u + c$ 2. $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$ 3. $\int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + c$ 4. $\int \frac{du}{\sqrt{u}} = 2\sqrt{u} + c$ 5. $\int \frac{du}{u} = \ln u + c$ 6. $\int e^u du = e^u + c$ 7. $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + c$ 8. $\int \sin u du = -\cos u + c$ 9. $\int \cos u du = \sin u + c$ 10. $\int \frac{du}{\cos^2 u} = \operatorname{tg} u + c$ 11. $\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\operatorname{ctg} u + c$ 12. $\int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{u}{a} + c$ 13. $\int \frac{du}{a^2 - u^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{arcctg} \frac{u}{a} + c$ 14. $\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{u}{a} + c$ 15. $\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u-a}{u+a} \right + c$ 16. $\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{u+a}{u-a} \right + c$ 17. $\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a}} = \ln \left u + \sqrt{u^2 \pm a} \right + c$
<p style="text-align: center;">Правила дифференцирования</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $(cu)' = c \cdot u',$ 2. $(u \pm v)' = u' \pm v'$ 3. $(u \cdot v)' = u' \cdot v + v' \cdot u$ 4. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - v' \cdot u}{v^2}$ 	<p style="text-align: center;">Свойства интегралов</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int d(F(x)) = F(x) + c$ 2. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$ 3. $\int cf(x) dx = c \int f(x) dx$ 4. $\int (f(x) \pm \varphi(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int \varphi(x) dx$

Элементы теории вероятностей

Основные формулы комбинаторики

Число перестановок из n элементов: $P_n = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1)n = n!$

Число размещений из n элементов по m элементов: $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$.

Число сочетаний из n элементов по m элементов: $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$.

Классическое определение вероятности события

Вероятностью события A называют отношение числа благоприятствующих этому событию исходов к общему числу всех возможных элементарных исходов испытания:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Предполагается, что элементарные исходы несовместны, равновозможны и образуют полную группу.

Произведение и сумма событий

Произведением двух событий A и B называется событие AB , состоящее в том, что происходит каждое из этих событий.

Суммой двух событий A и B называется событие $A+B$, состоящее в том, что происходит хотя бы одно из этих событий.

Теорема сложения вероятностей несовместных событий.

Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Теорема сложения вероятностей совместных событий.

Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Теорема умножения вероятностей независимых событий.

Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B).$$

Теорема умножения вероятностей зависимых событий.

Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению одного из них на условную вероятность второго:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A) \text{ или } P(AB) = P(B) \cdot P(A/B).$$

Элементы линейной алгебры

Определитель второго порядка

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Определитель третьего порядка

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}.$$

Разложение определителя третьего порядка по 1-ой строке

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Решение систем линейных уравнений методом Крамера

Система уравнений
$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_{11}, \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_{21}, \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_{31} \end{cases}$$
 имеет единственное решение,

определяемое по формулам Крамера: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$, где $\Delta \neq 0$ и

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_x = \begin{vmatrix} b_{11} & a_{12} & a_{13} \\ b_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_{12} & a_{13} \\ a_{21} & b_{22} & a_{23} \\ a_{31} & b_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & b_{23} \\ a_{31} & a_{32} & b_{33} \end{vmatrix}.$$