

**ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ГОРОДА МОСКВЫ
«ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ №50 ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ
СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО ТРУДА Н.А.ЗЛОБИНА»
(ГБПОУ ПК № 50 ИМЕНИ ДВАЖДЫ ГЕРОЯ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО ТРУДА
Н.А.ЗЛОБИНА)**

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

для текущего контроля и промежуточной аттестации

по общеобразовательной учебной дисциплине

МАТЕМАТИКА

для специальности 38.02.03 Операционная деятельность в логистике

**Москва
2018**

Одобрены

Предметной (цикловой) комиссией
общеобразовательных, гуманитарных
и естественнонаучных учебных
дисциплин

Протокол № 3
от 06 февраля 2018 г.

**Председатель предметной
(цикловой) комиссии**

 /Т.Н.Максименкова/

Разработаны

на основе ФГОС среднего общего
образования по учебной дисциплине
Математика, примерной программы
учебной дисциплины «Математика:
алгебра и начала математического
анализа; геометрия» для
профессиональных образовательных
организаций, автора М.И.Башмакова,
2015, рекомендованной ФГАУ «ФИРО»
Минобрнауки России, ФГОС среднего
профессионального образования по
специальности 38.02.03 Операционная
деятельность в логистике

Заместитель директора по УПР

 /М.И.Селеменова/

Составитель: Седова Елена Геннадьевна, преподаватель математики высшей
квалификационной категории ГБПОУ ПК № 50 имени дважды Героя
Социалистического Труда Н.А. Злобина

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
1. Паспорт контрольно-измерительных материалов	4
2. Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины, подлежащие проверке	8
3. Контрольно-измерительные материалы для текущего контроля	10
4. Контрольно-измерительные материалы для промежуточной аттестации	66

1. Паспорт контрольно-измерительных материалов

Контрольно-измерительные материалы (КИМ) предназначены для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по общеобразовательной учебной дисциплине Математика для специальности 38.02.03 Операционная деятельность в логистике.

КИМ позволяют установить уровень достижения обучающимися предметных результатов по математике на базовом уровне с учетом социально-экономического профиля профессионального образования.

Предметные результаты (ПР) освоения общеобразовательной учебной дисциплины Математика (включая алгебру и начала математического анализа, геометрию) (базовый уровень) определяются в соответствии с ФГОС среднего общего образования:

ПР1	Сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира
ПР2	Сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий
ПР3	Владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач
ПР4	Владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств
ПР5	Сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа
ПР6	Владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием
ПР7	Сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин
ПР8	Владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач

В результате изучения математики на базовом уровне обучающийся должен

знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.

уметь:

Алгебра

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.

Функции и графики

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций;
- описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;
- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;
- понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.

Начала математического анализа

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, используя справочные материалы;
 - исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа;
 - вычислять в простейших случаях площади с использованием первообразной;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;
 - понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.

Уравнения и неравенства

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
 - составлять уравнения и неравенства по условию задачи;
 - использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
 - изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- построения и исследования простейших математических моделей;
 - понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера;
- понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.

Геометрия

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
 - описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
 - анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
 - изображать основные многогранники и круглые тела; выполнять чертежи по условиям задач;
 - строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
 - решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
 - использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
 - проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:
- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
 - вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства;
 - понимания взаимосвязи учебного предмета с особенностями профессий и профессиональной деятельности, в основе которых лежат знания по данному учебному предмету.

2. Результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины Математика, подлежащие проверке

Текущий контроль

Предметные результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Наименование темы	Наименование контрольно- измерительных материалов
ПР1 ПР2 ПР3	Тема 1. Развитие понятия о числе	Проверочная работа №1
ПР1 ПР2 ПР3 ПР4	Тема 2. Корни, степени, логарифмы	Проверочная работа №2(1) Проверочная работа №2(2)
ПР1 ПР2 ПР3 ПР6	Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве	Проверочная работа №3
ПР1 ПР2 ПР3	Тема 4. Элементы комбинаторики	Проверочная работа №4
ПР1 ПР2 ПР3 ПР4	Тема 5. Основы тригонометрии	Проверочная работа №5(1) Проверочная работа №5(2)
ПР1 ПР2 ПР3 ПР4 ПР6	Тема 1 – Тема 5	Контрольная работа (1 семестр)
ПР1 ПР2 ПР3 ПР4	Тема 6. Функции и графики	Проверочная работа №6
ПР1 ПР2 ПР3 ПР6	Тема 7. Многогранники и тела вращения	Проверочная работа №7(1) Проверочная работа №7(2)
ПР1 ПР2 ПР3 ПР7	Тема 8. Элементы теории вероятностей и математической статистики	Проверочная работа №8

ПР1 ПР2 ПР3 ПР4 ПР5	Тема 9. Производная и ее применение	Проверочная работа №9(1) Проверочная работа №9(2)
ПР1 ПР2 ПР3 ПР5	Тема 10. Интеграл	Проверочная работа №10
ПР1 ПР2 ПР3 ПР6	Тема 11. Координаты и векторы	Проверочная работа №11
ПР1 ПР2 ПР3 ПР4	Тема 12. Уравнения и неравенства	Проверочная работа №12
ПР1 ПР2 ПР3 ПР4 ПР5 ПР6 ПР7	Тема 1 – Тема 12	Итоговая проверочная работа (тестирование)

Промежуточная аттестация

Предметные результаты освоения общеобразовательной учебной дисциплины	Наименование темы	Наименование контрольно- измерительных материалов
ПР1 ПР2 ПР3 ПР4 ПР5 ПР6 ПР7	Тема 1. Развитие понятия о числе Тема 2. Корни, степени, логарифмы Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве Тема 4. Элементы комбинаторики Тема 5. Основы тригонометрии Тема 7. Многогранники и тела вращения Тема 8. Элементы теории вероятностей и математической статистики Тема 9. Производная и ее применение Тема 10. Интеграл Тема 11. Координаты и векторы Тема 12. Уравнения и неравенства	Экзаменационная работа

3. Контрольно-измерительные материалы для текущего контроля

Тема 1. Развитие понятия о числе

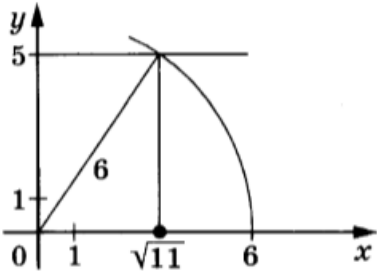
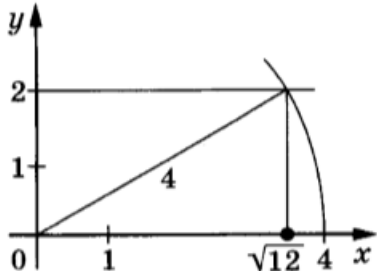
Проверочная работа № 1

Вариант 1

1. Представить бесконечную периодическую десятичную дробь в виде обыкновенной дроби:
 - а) $0,(4)$;
 - б) $2,(15)$;
 - в) $1,2(6)$.
2. Число Z увеличили на 40%, затем результат уменьшили на 60%, в итоге получили 280. Найдите число Z .
3. Вычислите:
 - а) $(\sqrt{3} + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3})$;
 - б) $\sqrt{27 + 10\sqrt{2}}$.
4. Сравните значения выражений:
 - а) $4\sqrt{5}$ и $6\sqrt{2}$;
 - б) $\sqrt{15 + 3\sqrt{14}}$ и $3\sqrt{3}$.
5. Покажите на числовой прямой точку с координатой $\sqrt{11}$.

Вариант 2

1. Представить бесконечную периодическую десятичную дробь в виде обыкновенной дроби:
 - а) $0,(5)$;
 - б) $3,(12)$;
 - в) $1,3(8)$.
2. Число Z уменьшили на 20%, затем результат увеличили на 80%, в итоге получили 720. Найдите число Z .
3. Вычислите:
 - а) $(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{6} - \sqrt{2})$;
 - б) $\sqrt{28 + 10\sqrt{3}}$.
4. Сравните значения выражений:
 - а) $8\sqrt{3}$ и $10\sqrt{2}$;
 - б) $\sqrt{12 + 2\sqrt{15}}$ и $2\sqrt{5}$.
5. Покажите на числовой прямой точку с координатой $\sqrt{12}$.

Ответы к проверочной работе № 1		
№ задания	Вариант	
	1	2
1 а)	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$
1 б)	$2\frac{5}{33}$	$3\frac{4}{33}$
1 в)	$1\frac{4}{15}$	$1\frac{7}{18}$
2	500	500
3 а)	2	4
3 б)	$5 + \sqrt{2}$	$5 + \sqrt{3}$
4 а)	$4\sqrt{5} > 6\sqrt{2}$	$8\sqrt{3} < 10\sqrt{2}$
4 б)	$\sqrt{15 + 3\sqrt{14}} < 3\sqrt{3}$	$\sqrt{12 + 2\sqrt{15}} > 2\sqrt{5}$
5		

Время на выполнение: 90 минут

Оценка:

- «5» баллов – выполнено 8-9 заданий;
- «4» балла – выполнено 6-7 заданий;
- «3» балла – выполнено 4-5 заданий;
- «2» балла – выполнено менее 4 заданий.

Тема 2. Корни, степени, логарифмы

Проверочная работа № 2 (часть 1)

Вариант 1

1. Вычислите:

1) $\sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} + \sqrt[4]{256}$;

2) $\left(\frac{1}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} - 16^{\frac{1}{4}} + 243^{\frac{3}{5}}$;

3) $\log_4 \frac{1}{64} + 4\log_2 \sqrt{2} - \log_3 243$;

4) $\sqrt[3]{3^6 \cdot 5^{12}}$;

5) $\frac{\log_{12} 48 + \log_{12} 3}{\log_{11} 484 - \log_{11} 4}$;

6) $\left(\left(\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{8}}$;

7) $25^{\log_5 (2-\sqrt{2})} + 9^{\log_3 (2+\sqrt{2})}$;

8) $\sqrt[5]{5\sqrt{2}-7} \cdot \sqrt[5]{5\sqrt{2}+7}$;

9) $\frac{\log_3 125}{\log_3 5}$.

2. Сравните значения выражений:

1) $3^{\frac{3}{4}}$ и $\sqrt[5]{3^4}$;

2) $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{3}}$ и $\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{5}}$;

3) $(2,7)^{\sqrt{5}}$ и $(2,7)^{\sqrt{7}}$;

4) $(0,5)^{-\sqrt{2}}$ и $(0,5)^{-\sqrt{3}}$;

5) $\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt[4]{8}$;

6) $\log_8 27 \cdot \log_3 64$ и $6^{\log_{36} 25}$.

Вариант 2

1. Вычислите:

1) $\sqrt{\frac{1}{25}} + \sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{81};$

2) $\left(\frac{1}{144}\right)^{-\frac{1}{2}} - 81^{\frac{3}{4}} + 216^{\frac{2}{3}};$

3) $\log_5 \frac{1}{25} + 2\log_6 \sqrt{6} - \log_4 64;$

4) $\sqrt{\sqrt[4]{7^8 \cdot 3^{16}}};$

5) $\frac{\log_{12} 16 + \log_{12} 9}{\log_{11} 363 - \log_{11} 3};$

6) $\left((\sqrt{3})^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{12}};$

7) $16^{\log_4(5-\sqrt{5})} + 4^{\log_2(5+\sqrt{5})};$

8) $\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[3]{4-2\sqrt{2}};$

9) $\frac{\log_5 216}{\log_5 6};$

2. Сравните значения выражений:

1) $5^{\frac{4}{5}}$ и $\sqrt[6]{5^5};$

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$ и $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}};$

3) $(5,2)^{\sqrt{2}}$ и $(5,2)^{\sqrt{3}};$

4) $(0,3)^{-\sqrt{5}}$ и $(0,3)^{-\sqrt{7}};$

5) $\sqrt[4]{3}$ и $\sqrt[5]{4};$

6) $\log_7 32 \cdot \log_2 49$ и $9^{\log_{81} 36}.$

Ответы к проверочной работе № 2 (часть 1)			
№ задания		Вариант	
		1	2
1	1	3	1,7
	2	50	21
	3	-6	-4
	4	75	63
	5	1	1
	6	4	27
	7	12	60
	8	1	2
	9	3	3
2	1	$3^{\frac{3}{4}} < \sqrt[5]{3^4}$	$5^{\frac{4}{5}} < \sqrt[6]{5^5}$
	2	$\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{3}} < \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{5}}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$
	3	$(2,7)^{\sqrt{5}} < (2,7)^{\sqrt{7}}$	$(5,2)^{\sqrt{2}} < (5,2)^{\sqrt{3}}$
	4	$(0,5)^{-\sqrt{2}} < (0,5)^{-\sqrt{3}}$	$(0,3)^{-\sqrt{5}} < (0,3)^{-\sqrt{7}}$
	5	$\sqrt[3]{5} > \sqrt[4]{8}$	$\sqrt[4]{3} < \sqrt[5]{4}$
	6	$\log_8 27 \cdot \log_3 64 > 6^{\log_{36} 25}$	$\log_7 32 \cdot \log_2 49 > 9^{\log_{81} 36}$

Время на выполнение: 90 минут

Оценка:

- «5» баллов – выполнено 13-15 заданий;
- «4» балла – выполнено 9-12 заданий;
- «3» балла – выполнено 5-8 заданий;
- «2» балла – выполнено менее 5 заданий.

Тема 2. Корни, степени, логарифмы

Проверочная работа № 2 (часть 2)

Вариант 1

1. Решите уравнение $\sqrt{x-3} = x-5$.
2. Решите уравнение $\sqrt{x} + 3\sqrt[4]{x} - 10 = 0$.
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 3. \end{cases}$$
4. Решите уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^{5-3x} = 128$.
5. Решите неравенство $3^{x+2} - 7 \cdot 3^x \leq 54$.
6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 7^{x-y} = 49, \\ 5^{x \cdot y} = 125. \end{cases}$$
7. Решите уравнение $\log_{1/4}(x^2 - 3x) = -1$.
8. Решите неравенство $\log_3(x+1) \leq \log_3(5-x)$.
9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 3, \\ \log_6(x+4y) = 2. \end{cases}$$
- 10*. Решите графически уравнение $\sqrt{x+1} = x^2 - 7$.
- 11*. Решите графически уравнение $2^x = 6 - x$.
- 12*. Решите графически уравнение $\log_{1/3} x = x - 4$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $\sqrt{x+5} = x-1$.
2. Решите уравнение $\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 12 = 0$.

3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 3, \\ x - y = 15. \end{cases}$$
4. Решите уравнение
$$5^{2x+7} = \frac{1}{125}.$$
5. Решите неравенство
$$2^{x+3} - 5 \cdot 2^x \geq 48.$$
6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 6^{x+y} = 216, \\ 9^{x \cdot y} = 81. \end{cases}$$
7. Решите уравнение
$$\log_3(x^2 + 8x) = 2.$$
8. Решите неравенство
$$\log_{1/2}(x + 11) \leq \log_{1/2}(7 - x).$$
9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_9 x - \log_9 y = 1, \\ \log_4(x + 7y) = 3. \end{cases}$$
- 10*. Решите графически уравнение
$$\sqrt{x-1} = x^3 - 7.$$
- 11*. Решите графически уравнение
$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 4.$$
- 12*. Решите графически уравнение
$$\log_2 x = 6 - x.$$

Вариант 3

1. Решите уравнение
$$\sqrt{x+4} = x - 2.$$
2. Решите уравнение
$$\sqrt{x} - 3\sqrt[4]{x} - 10 = 0.$$
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 4. \end{cases}$$
4. Решите уравнение
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{3-2x} = 243.$$
5. Решите неравенство
$$5^{x+1} - 3 \cdot 5^x \leq 50.$$

6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2^{x+y} = 32, \\ 4^{x \cdot y} = 256. \end{cases}$$
7. Решите уравнение $\log_{1/5}(x^2 - 4x) = -1.$
8. Решите неравенство $\log_2(x + 7) \geq \log_2(3 - x).$
9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_3 x - \log_3 y = 3, \\ \log_8(x + 5y) = 2. \end{cases}$$
- 10*. Решите графически уравнение $\sqrt{x+1} = 1 - x^3.$
- 11*. Решите графически уравнение $3^x = 4 - x.$
- 12*. Решите графически уравнение $\log_{1/2} x = x - 3.$

Вариант 4

1. Решите уравнение $\sqrt{x-2} = x-4.$
2. Решите уравнение $\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} - 12 = 0.$
3. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2, \\ x - y = 16. \end{cases}$$
4. Решите уравнение $6^{3x+12} = \frac{1}{216}.$
5. Решите неравенство $4^{x+2} - 9 \cdot 4^x \geq 28.$
6. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 5^{x-y} = 625, \\ 3^{x \cdot y} = 243. \end{cases}$$
7. Решите уравнение $\log_2(x^2 + 7x) = 3.$
8. Решите неравенство $\log_{1/3}(x + 5) \geq \log_{1/3}(9 - x).$
9. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \log_7 x - \log_7 y = 1, \\ \log_2(x + 9y) = 6. \end{cases}$$

10*. Решите графически уравнение $\sqrt{x-1} = 5 - x^2$.

11*. Решите графически уравнение $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 6$.

12*. Решите графически уравнение $\log_3 x = 4 - x$.

Ответы к проверочной работе № 2 (часть 2)				
№ задания	Вариант			
	1	2	3	4
1	7	4	5	6
2	16	81	625	256
3	(1;9), (9;1)	(16;1)	(16;1), (1;16)	(25;9)
4	4	-5	4	-5
5	$(-\infty ;3]$	$[4;+\infty)$	$(-\infty;2]$	$[1;+\infty)$
6	(-1;-3), (3;1)	(1;2), (2;1)	(1;4), (4;1)	(-1;-5), (5;1)
7	-1; 4	-9; 1	-1; 5	-8; 1
8	(-1;2]	[-2;7)	[-2;3)	(-5;2]
9	(24;3)	(36;4)	(54;2)	(28;4)
10*	3	2	0	2
11*	2	-1	1	-2
12*	3	4	2	3

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 8-9 заданий;
 «4» балла – выполнено 6-7 заданий;
 «3» балла – выполнено 4-5 заданий;
 «2» балла – выполнено менее 4-х заданий.
 Задания 10*, 11*, 12* оцениваются дополнительно.

Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве

Проверочная работа № 3

Вариант 1

1. Плоскость α пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC соответственно в точках D и E, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC, если $BD:AD = 3:2$ и $DE = 9$ см.
2. Ребро куба равно 8 см. Найдите:
 - а) диагональ куба;
 - б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.
3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK. Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB = BC = 20$ см, $AC = 24$ см, $OK = 12$ см.
4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дано: $AB = BC = 3\sqrt{2}$ см, $BD_1 = 12$ см. Найдите:
 - а) расстояние между прямыми BD_1 и AA_1 ;
 - б) угол между прямой BD_1 и плоскостью ABC.
5. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 6 см. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами ребер AB, BC и $A_1 D_1$. Вычислите периметр сечения.

Вариант 2

1. Плоскость α пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC соответственно в точках D и E, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC, если $BD:AD = 4:3$ и $DE = 12$ см.
2. Ребро куба равно 6 см. Найдите:
 - а) диагональ куба;
 - б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.
3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK. Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB = BC = 30$ см, $AC = 48$ см, $OK = 16$ см.
4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дано: $AB = BC = 4\sqrt{2}$ см, $BD_1 = 16$ см. Найдите:
 - а) расстояние между прямыми BD_1 и AA_1 ;
 - б) угол между прямой BD_1 и плоскостью ABC.
5. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 8 см. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки A, D_1 и M, где M — середина ребра BC. Вычислите периметр сечения.

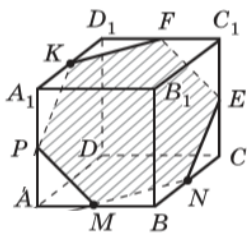
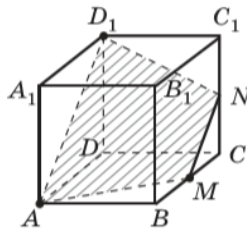
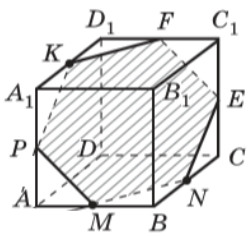
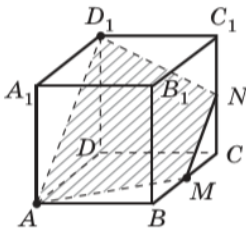
Вариант 3

1. Плоскость α пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC соответственно в точках D и E, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC, если $BD:AD = 5:4$ и $DE = 10$ см.
2. Ребро куба равно 12 см. Найдите:
 - а) диагональ куба;
 - б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.
3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK. Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB = BC = 30$ см, $AC = 36$ см, $OK = 18$ см.
4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дано: $AB = BC = 5\sqrt{2}$ см, $BD_1 = 20$ см. Найдите:
 - а) расстояние между прямыми BD_1 и AA_1 ;
 - б) угол между прямой BD_1 и плоскостью ABC.
5. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 10 см. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки M, N и K, являющиеся серединами ребер AB, BC и $A_1 D_1$. Вычислите периметр сечения.

Вариант 4

1. Плоскость α пересекает стороны АВ и ВС треугольника ABC соответственно в точках D и E, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC, если $BD:AD = 6:5$ и $DE = 18$ см.
2. Ребро куба равно 10 см. Найдите:
 - а) диагональ куба;
 - б) площадь сечения, проходящего через две диагонали куба.
3. Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. К плоскости данного треугольника проведен перпендикуляр OK. Найдите расстояние от точки K до сторон треугольника, если $AB = BC = 15$ см, $AC = 24$ см, $OK = 8$ см.
4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дано: $AB = BC = 6\sqrt{2}$ см, $BD_1 = 24$ см. Найдите:
 - а) расстояние между прямыми BD_1 и AA_1 ;
 - б) угол между прямой BD_1 и плоскостью ABC.
5. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 12 см. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки A, D_1 и M, где M — середина ребра BC. Вычислите периметр сечения.

Ответы к проверочной работе № 3

№ задания	Вариант			
	1	2	3	4
1	15 см	21 см	18 см	33 см
2 а)	$8\sqrt{3}$ см	$6\sqrt{3}$ см	$12\sqrt{3}$ см	$10\sqrt{3}$ см
2 б)	$64\sqrt{2}$ см ²	$36\sqrt{2}$ см ²	$144\sqrt{2}$ см ²	$100\sqrt{2}$ см ²
3	$6\sqrt{5}$ см	$8\sqrt{5}$ см	$9\sqrt{5}$ см	$4\sqrt{5}$ см
4 а)	3 см	4 см	5 см	6 см
4 б)	60°	60°	60°	60°
5	 $S = 18\sqrt{2}$ см ²	 $S = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$ см ²	 $S = 30\sqrt{2}$ см ²	 $S = 9\sqrt{2} + 6\sqrt{5}$ см ²

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 6-7 заданий;
 «4» балла – выполнено 4-5 заданий;
 «3» балла – выполнено 3 задания;
 «2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Тема 4. Элементы комбинаторики

Проверочная работа № 4

Вариант 1

1. Вычислите $P_5 + A_8^2 - C_6^3$.
2. Сколько различных шестизначных чисел, не содержащих одинаковых цифр и кратных 4, можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 5, 7 и 9?
3. В соревнованиях участвуют 4 девушки и 6 юношей. Сколькими способами могут распределиться места, занятые девушками, если все участники набрали разное количество баллов?
4. В группе 25 студентов. Сколькими способами можно выбрать из состава группы четырех студентов для участия в конференции?
5. В коробке находятся 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно взять из коробки 3 белых и 2 черных шара?
6. Запишите разложение бинома:
а) $(2a + 1)^5$;
б) $(a - 3)^4$.

Вариант 2

1. Вычислите $P_4 - A_7^2 + C_9^6$.
2. Сколько различных шестизначных чисел, не содержащих одинаковых цифр и кратных 2, можно записать с помощью цифр 0, 1, 3, 5, 7 и 9?
3. В соревнованиях участвуют 3 девушки и 5 юношей. Сколькими способами могут распределиться места, занятые юношами, если все участники набрали разное количество баллов?
4. В группе 24 студента. Сколькими способами можно выбрать из состава группы пятерых студентов для участия в конференции?
5. В коробке находятся 10 белых и 5 черных шаров. Сколькими способами можно взять из коробки 2 белых и 3 черных шара?
6. Запишите разложение бинома:
а) $(3a + 1)^4$;
б) $(a - 2)^5$.

Ответы к проверочной работе № 4		
№ задания	Вариант	
	1	2
1	156	66
2	120	120
3	5040	6720
4	12650	42504
5	1200	450
6 а)	$32a^5 + 80a^4 + 80a^3 + 40a^2 + 10a + 1$	$81a^4 + 108a^3 + 54a^2 + 12a + 1$
6 б)	$a^4 - 12a^3 + 54a^2 - 108a + 81$	$a^5 - 10a^4 + 40a^3 - 80a^2 + 80a - 32$

Время на выполнение: 60 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 7 заданий;
«4» балла – выполнено 5-6 заданий;
«3» балла – выполнено 3-4 задания;
«2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Тема 5. Основы тригонометрии

Проверочная работа № 5 (часть 1)

Вариант 1

1. Вычислите $\sin\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
2. Найдите значение выражения: $\sin\frac{7\pi}{10} \cdot \cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{7\pi}{10} \cdot \sin\frac{\pi}{5}$.
3. Найдите значение выражения: $\sin\frac{5\pi}{12} \cdot \sin\frac{\pi}{12}$.
4. Найдите значение выражения: $\cos\frac{13\pi}{12} + \cos\frac{7\pi}{12}$.
5. Вычислите $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{2}{3}$.
6. Вычислите $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha + \cos\alpha = 0,6$.
7. Вычислите $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{2}$.
8. Постройте график функции $y = -3\cos x$. Пользуясь графиком, найдите область значений и точки минимума функции.
- 9*. Решите графически уравнение: $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = x^2 + 1$.

Вариант 2

1. Вычислите $\cos\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < \pi$.
2. Найдите значение выражения: $\sin\frac{5\pi}{14} \cdot \cos\frac{\pi}{7} + \cos\frac{5\pi}{14} \cdot \sin\frac{\pi}{7}$.
3. Найдите значение выражения: $\cos\frac{7\pi}{12} \cdot \cos\frac{\pi}{12}$.
4. Найдите значение выражения: $\sin\frac{11\pi}{12} + \sin\frac{5\pi}{12}$.
5. Вычислите $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{3}{4}$.
6. Вычислите $\sin 2\alpha$, если $\sin\alpha - \cos\alpha = 0,2$.
7. Вычислите $\operatorname{tg} 2\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{3}$.
8. Постройте график функции $y = -4\sin x$. Пользуясь графиком, найдите область значений и точки минимума функции.
- 9*. Решите графически уравнение: $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = x^3$.

Ответы к проверочной работе № 5 (часть 1)		
№ задания	Вариант	
	1	2
1	$-\frac{3}{5}; \frac{3}{4}; \frac{4}{3}$	$-\frac{4}{5}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{3}$
2	1	1
3	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
4	$-\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$
5	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{8}$
6	-0,64	0,96
7	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{3}{4}$
8	$E(y) = [-3; 3],$ $x_{max} = \pi + 2\pi n, n \in Z$	$E(y) = [-4; 4],$ $x_{min} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
9	0	0

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 8 заданий;
«4» балла – выполнено 6-7 заданий;
«3» балла – выполнено 4-5 заданий;
«2» балла – выполнено менее 4 заданий.
Задание 9* оценивается дополнительно.

Тема 5. Основы тригонометрии

Проверочная работа № 5 (часть 2)

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \arccos\frac{1}{2}\right)$.
2. Вычислите: $\left(\arcsin\frac{1}{2} + \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) : \operatorname{arctg}1$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $2\cos x = \sqrt{3}$;
 - 2) $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$;
 - 3) $\sin 4x - \sin 2x = 0$;
 - 4) $\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$;
 - 5) $\sin 2x = \sqrt{2}\cos x$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{1}{2}\right)$.
2. Вычислите: $\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right) : \operatorname{arcctg}1$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $2\sin x = \sqrt{2}$
 - 2) $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$;
 - 3) $\cos 6x + \cos 4x = 0$;
 - 4) $\sin^2 x + 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$;
 - 5) $\sin 2x = \sqrt{3}\sin x$.

Вариант 3

1. Найдите значение выражения: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
2. Вычислите: $\left(\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right) : \operatorname{arctg}1$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $2\cos x = \sqrt{2}$;
 - 2) $2\cos^2 x + 7\cos x + 3 = 0$;
 - 3) $\sin 5x + \sin 3x = 0$;
 - 4) $\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$;
 - 5) $\sin 2x = \sqrt{3}\cos x$.

Вариант 4

1. Найдите значение выражения: $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
2. Вычислите: $\left(\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) : \operatorname{arctg} 1$.
3. Решите уравнение:
 - 1) $2\sin x = \sqrt{3}$;
 - 2) $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$;
 - 3) $\cos 7x - \cos 5x = 0$;
 - 4) $\sin^2 x - 2\sin x \cos x - 3\cos^2 x = 0$;
 - 5) $\sin 2x = \sqrt{2} \sin x$.

Ответы к проверочной работе № 5 (часть 2)					
№ задания		Вариант			
		1	2	3	4
1		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
2		4	4	-2	-4
3	1)	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in Z$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n,$ $n \in Z$
	2)	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in Z$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$(-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n,$ $n \in Z$
	3)	$\pi k, k \in Z$ $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ $\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ $\frac{\pi n}{4}, n \in Z$	$\pi k, k \in Z$ $\frac{\pi n}{6}, n \in Z$
	4)	$-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ $-\operatorname{arctg} 3 + \pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ $-\operatorname{arctg} 3 + \pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ $\operatorname{arctg} 3 + \pi n,$ $n \in Z$	$-\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$ $\operatorname{arctg} 3 + \pi n,$ $n \in Z$
	5)	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n,$ $n \in Z$	$\pi k, k \in Z$ $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n,$ $n \in Z$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$ $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{3} + \pi n,$ $n \in Z$	$\pi k, k \in Z$ $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$ $n \in Z$

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 7 заданий;
 «4» балла – выполнено 5-6 заданий;
 «3» балла – выполнено 3-4 задания;
 «2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Тема 6. Функции и графики

Проверочная работа № 6

Вариант 1

1. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \ln(x - 6)$;

б) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x^2-4}}$.

2. Найдите область значений функции:

а) $f(x) = 3^{x-5} + 2$;

б) $f(x) = 3 + \frac{1}{4}\cos 5x$.

3. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 3)$ на отрезке $[4;5]$.

4. Исследуйте на чётность и нечётность функцию:

а) $f(x) = 5x^3 - 3x^5$;

б) $f(x) = \sin 2x \cdot \operatorname{tg} x$.

5. Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = 2\sin\left(\frac{4x}{9} + \frac{\pi}{3}\right)$.

6. Постройте график функции $y = (x + 3)^2 - 1$. Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.

7. Найдите функцию, обратную к функции $y = \sqrt{x - 2}$. Постройте график данной функции и график обратной к ней функции, укажите область определения и множество значений каждой из них.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \ln(x - 8)$;

б) $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x^2-25}}$.

2. Найдите область значений функции:

а) $f(x) = 2^{3-x} + 4$;

б) $f(x) = 2 + \frac{3}{4}\sin 6x$.

3. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x - 2)$ на отрезке $[3;5]$.

4. Исследуйте на чётность и нечётность функцию:

а) $f(x) = 6x^2 + 4x^6$;

б) $f(x) = \cos 3x \cdot \operatorname{ctg} x$.

5. Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = 3\cos\left(\frac{4x}{7} + \frac{\pi}{6}\right)$.

6. Постройте график функции $y = (x - 5)^2 + 2$. Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.

7. Найдите функцию, обратную к функции $y = \sqrt{x + 3}$. Постройте график данной функции и график обратной к ней функции, укажите область определения и множество значений каждой из них.

Вариант 3

1. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \ln(x + 5)$;

б) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-9}}$.

2. Найдите область значений функции:

а) $f(x) = 5^{x-4} + 3$;

б) $f(x) = 3 - \frac{3}{4}\cos 7x$.

3. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x + 3)$ на отрезке $[-2; 1]$.

4. Исследуйте на чётность и нечётность функцию:

а) $f(x) = 4x^5 - 5x^7$;

б) $f(x) = \sin 3x \cdot \operatorname{ctg} x$.

5. Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = 4\sin\left(\frac{2x}{5} + \frac{\pi}{3}\right)$.

6. Постройте график функции $y = (x + 5)^2 - 1$. Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.

7. Найдите функцию, обратную к функции $y = \sqrt{x - 3}$. Постройте график данной функции и график обратной к ней функции, укажите область определения и множество значений каждой из них.

Вариант 4

1. Найдите область определения функции:

а) $f(x) = \ln(x + 7)$;

б) $f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x^2-16}}$.

2. Найдите область значений функции:

а) $f(x) = 4^{2-x} + 5$;

б) $f(x) = 2 - \frac{1}{4}\sin 8x$.

3. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = \log_{\frac{1}{5}}(x + 2)$ на отрезке $[-1; 3]$.

4. Исследуйте на чётность и нечётность функцию:

а) $f(x) = 3x^4 + 6x^8$;

б) $f(x) = \cos 2x \cdot \operatorname{tg} x$.

5. Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = 5\cos\left(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$.

6. Постройте график функции $y = (x - 3)^2 + 2$. Пользуясь графиком, найдите промежутки возрастания и убывания функции, экстремум функции.

7. Найдите функцию, обратную к функции $y = \sqrt{x + 2}$. Постройте график данной функции и график обратной к ней функции, укажите область определения и множество значений каждой из них.

Ответы к проверочной работе № 6				
№ задания	Вариант			
	1	2	3	4
1 а)	$(6; +\infty)$	$(8; +\infty)$	$(-5; +\infty)$	$(-7; +\infty)$
1 б)	$(-2; -1] \cup (2; +\infty)$	$(-5; 4] \cup (5; +\infty)$	$(-3; -2] \cup (3; +\infty)$	$(-4; 3] \cup (4; +\infty)$
2 а)	$(2; +\infty)$	$(4; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$(5; +\infty)$
2 б)	$[2,75; 3,25]$	$[1,25; 2,75]$	$[2,25; 3,75]$	$[1,75; 2,25]$
3	-1	0	-1	0
4 а)	нечётная	чётная	нечётная	чётная
4 б)	чётная	нечётная	чётная	нечётная
5	$4,5\pi$	$3,5\pi$	5π	3π
6	убывает $(-\infty; -3]$ возрастает $[-3; +\infty)$ $y_{\min} = -1$	убывает $(-\infty; 5]$ возрастает $[5; +\infty)$ $y_{\min} = 2$	убывает $(-\infty; -5]$ возрастает $[-5; +\infty)$ $y_{\min} = -1$	убывает $(-\infty; 3]$ возрастает $[3; +\infty)$ $y_{\min} = 2$
7	$y = x^2 + 2, x \geq 0$	$y = x^2 - 3, x \geq 0$	$y = x^2 + 3, x \geq 0$	$y = x^2 - 2, x \geq 0$

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 9-10 заданий;
«4» балла – выполнено 7-8 заданий;
«3» балла – выполнено 5-6 заданий;
«2» балла – выполнено менее 5 заданий.

Тема 7. Многогранники и тела вращения

Проверочная работа № 7 (часть 1)

Вариант 1

1. Ребро куба равно 4 см. Найдите площадь сечения, проходящего через диагонали двух его смежных граней.
2. Найдите площадь боковой поверхности и объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник с катетами 7 см и 24 см, а боковое ребро равно 5 см.
3. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 10 см, а высота равна 5 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
4. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $4\sqrt{3}$ см. Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол 60° .
5. Боковое ребро правильной усеченной четырехугольной пирамиды равно 6 см, сторона ее большего основания равна 9 см, высота равна 2 см. Найдите площадь сечения, проходящего через два боковых ребра пирамиды, не принадлежащих одной грани.

Вариант 2

1. Ребро куба равно 5 см. Найдите площадь сечения, проходящего через диагонали двух его смежных граней.
2. Найдите площадь боковой поверхности и объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник с катетами 8 см и 15 см, а боковое ребро равно 6 см.
3. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 12 см, а высота равна 6 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
4. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $6\sqrt{3}$ см. Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол 60° .
5. Боковое ребро правильной усеченной четырехугольной пирамиды равно 9 см, сторона ее большего основания равна 10 см, высота равна 7 см. Найдите площадь сечения, проходящего через два боковых ребра пирамиды, не принадлежащих одной грани.

Вариант 3

1. Ребро куба равно 6 см. Найдите площадь сечения, проходящего через диагонали двух его смежных граней.
2. Найдите площадь боковой поверхности и объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник с катетами 9 см и 12 см, а боковое ребро равно 8 см.
3. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 8 см, а высота равна 4 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
4. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $10\sqrt{3}$ см. Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол 60° .
5. Боковое ребро правильной усеченной четырехугольной пирамиды равно 11 см, сторона ее большего основания равна 14 см, высота равна 7 см. Найдите площадь сечения, проходящего через два боковых ребра пирамиды, не принадлежащих одной грани.

Вариант 4

1. Ребро куба равно 7 см. Найдите площадь сечения, проходящего через диагонали двух его смежных граней.
2. Найдите площадь боковой поверхности и объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник с катетами 5 см и 12 см, а боковое ребро равно 9 см.
3. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а высота равна 3 см. Найдите площадь поверхности пирамиды.
4. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна $8\sqrt{3}$ см. Найдите объём пирамиды, если её боковая грань составляет с плоскостью основания угол 60° .
5. Боковое ребро правильной усеченной четырехугольной пирамиды равно 9 см, сторона ее большего основания равна 13 см, высота равна 3 см. Найдите площадь сечения, проходящего через два боковых ребра пирамиды, не принадлежащих одной грани.

Ответы к проверочной работе № 7 (часть 1)				
№ задания	Вариант			
	1	2	3	4
1	$8\sqrt{3} \text{ см}^2$	$12,5\sqrt{3} \text{ см}^2$	$18\sqrt{3} \text{ см}^2$	$24,5\sqrt{3} \text{ см}^2$
2	$280 \text{ см}^2, 420 \text{ см}^3$	$240 \text{ см}^2, 360 \text{ см}^3$	$288 \text{ см}^2, 432 \text{ см}^3$	$270 \text{ см}^2, 270 \text{ см}^3$
3	$75\sqrt{3} \text{ см}^2$	$108\sqrt{3} \text{ см}^2$	$48\sqrt{3} \text{ см}^2$	$27\sqrt{3} \text{ см}^2$
4	96 см^3	324 см^3	1500 см^3	768 см^3
5	$10\sqrt{2} \text{ см}^2$	$42\sqrt{2} \text{ см}^2$	$56\sqrt{2} \text{ см}^2$	$21\sqrt{2} \text{ см}^2$

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 5 заданий;
«4» балла – выполнено 4 задания;
«3» балла – выполнено 3 задания;
«2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Тема 7. Многогранники и тела вращения

Проверочная работа № 7 (часть 2)

Вариант 1

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна $10\sqrt{2}$ см. Найдите площадь поверхности цилиндра.
2. Осевое сечение конуса – правильный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности конуса равна 18π см².
3. Секущая плоскость проходит через конец диаметра шара так, что угол между диаметром и плоскостью равен 60° . Найдите площадь полученного сечения, если диаметр шара равен $8\sqrt{3}$ см.
4. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 3:4. Найдите объём цилиндра, если площадь его основания равна 36π см².
5. Площадь осевого сечения конуса равна 30 см², а площадь его основания равна 25π см². Найдите объём конуса.
6. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 24 см³.

Вариант 2

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна $14\sqrt{2}$ см. Найдите площадь поверхности цилиндра.
2. Осевое сечение конуса – правильный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности конуса равна 50π см².
3. Секущая плоскость проходит через конец диаметра шара так, что угол между диаметром и плоскостью равен 30° . Найдите площадь полученного сечения, если диаметр шара равен 12 см.
4. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 4:3. Найдите объём цилиндра, если площадь его основания равна 64π см².
5. Площадь осевого сечения конуса равна 24 см², а площадь его основания равна 36π см². Найдите объём конуса.
6. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 30 см³.

Вариант 3

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$ см. Найдите площадь поверхности цилиндра.
2. Осевое сечение конуса – правильный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности конуса равна 32π см².
3. Секущая плоскость проходит через конец диаметра шара так, что угол между диаметром и плоскостью равен 60° . Найдите площадь полученного сечения, если диаметр шара равен $12\sqrt{3}$ см.
4. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 4:5. Найдите объём цилиндра, если площадь его основания равна 16π см².
5. Площадь осевого сечения конуса равна 42 см², а площадь его основания равна 49π см². Найдите объём конуса.
6. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 36 см³.

Вариант 4

1. Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна $12\sqrt{2}$ см. Найдите площадь поверхности цилиндра.
2. Осевое сечение конуса – правильный треугольник. Найдите площадь этого сечения, если площадь боковой поверхности конуса равна 72π см².
3. Секущая плоскость проходит через конец диаметра шара так, что угол между диаметром и плоскостью равен 30° . Найдите площадь полученного сечения, если диаметр шара равен 8 см.
4. Радиус основания цилиндра относится к его высоте как 5:4. Найдите объём цилиндра, если площадь его основания равна 25π см².
5. Площадь осевого сечения конуса равна 36 см², а площадь его основания равна 16π см². Найдите объём конуса.
6. В куб вписан шар. Найдите объём шара, если объём куба равен 42 см³.

Ответы к проверочной работе № 7 (часть 2)				
№ задания	Вариант			
	1	2	3	4
1	$150\pi \text{ см}^2$	$294\pi \text{ см}^2$	$96\pi \text{ см}^2$	$216\pi \text{ см}^2$
2	$9\sqrt{3} \text{ см}^2$	$25\sqrt{3} \text{ см}^2$	$16\sqrt{3} \text{ см}^2$	$36\sqrt{3} \text{ см}^2$
3	$12\pi \text{ см}^2$	$27\pi \text{ см}^2$	$27\pi \text{ см}^2$	$12\pi \text{ см}^2$
4	$288\pi \text{ см}^3$	$384\pi \text{ см}^3$	$80\pi \text{ см}^3$	$100\pi \text{ см}^3$
5	$50\pi \text{ см}^3$	$48\pi \text{ см}^3$	$98\pi \text{ см}^3$	$48\pi \text{ см}^3$
6	$4\pi \text{ см}^3$	$5\pi \text{ см}^3$	$6\pi \text{ см}^3$	$7\pi \text{ см}^3$

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 5-6 заданий;
«4» балла – выполнено 4 задания;
«3» балла – выполнено 3 задания;
«2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Проверочная работа № 8

Вариант 1

1. В коробке находятся 3 белых и 7 черных шаров. Наугад достают один шар. Найдите вероятность того, что этот шар окажется белым.
2. Бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 9 очков.
3. Два стрелка независимо друг от друга однократно стреляют по мишени. Вероятности их попадания в мишень равны соответственно 0,65 и 0,8. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена хотя бы один раз.
4. В кармане было шесть монет по 10 рублей и две монеты по 5 рублей. Не глядя, три монеты переложили в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты окажутся в разных карманах.
5. Найдите математическое ожидание значений случайной величины X , распределение которых по вероятностям представлено в таблице:

X	3	5	7	9
P	0,4	0,3	0,1	0,2

Вариант 2

1. В коробке находятся 4 белых и 6 черных шаров. Наугад достают один шар. Найдите вероятность того, что этот шар окажется черным.
2. Бросают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков.
3. Два стрелка независимо друг от друга однократно стреляют по мишени. Вероятности их попадания в мишень равны соответственно 0,6 и 0,85. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена хотя бы один раз.
4. В кармане было восемь монет по 10 рублей и две монеты по 5 рублей. Не глядя, три монеты переложили в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты окажутся в разных карманах.
5. Найдите математическое ожидание значений случайной величины X , распределение которых по вероятностям представлено в таблице:

X	2	4	6	8
P	0,3	0,2	0,4	0,1

<i>Ответы к проверочной работе № 8</i>		
<i>№ задания</i>	<i>Вариант</i>	
	1	2
1	0,3	0,6
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$
3	0,93	0,94
4	$\frac{15}{28}$	$\frac{7}{15}$
5	5,2	4,6

Время на выполнение: 60 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 5 заданий;
«4» балла – выполнено 4 задания;
«3» балла – выполнено 3 задания;
«2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Тема 9. Производная и ее применение

Проверочная работа № 9 (часть 1)

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 6\sqrt{x}$;

2) $f(x) = \sqrt{3} + 9x - \frac{1}{x^3}$;

3) $f(x) = x^2 \cdot \cos x$;

4) $f(x) = (2x + 1)^6$;

5) $f(x) = 7^x - 2x^{3,5}$;

6) $f(x) = \ln(3 + 4x) + e^{5x}$;

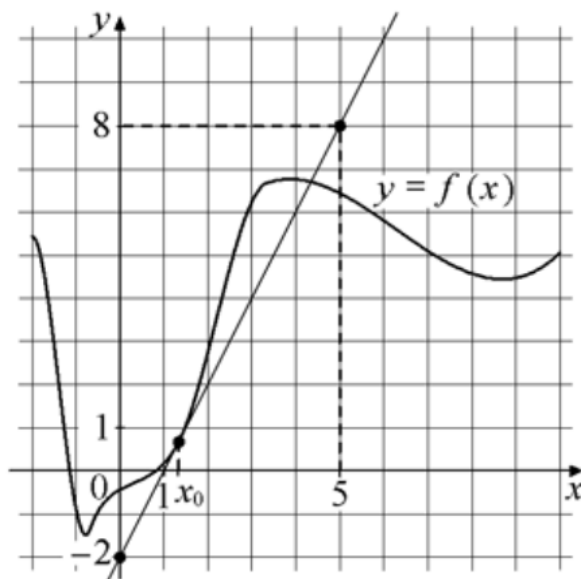
7) $f(x) = \log_5(2 - x) - \sin^2 x$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = (x - 4)^3$ в точке $x_0 = 3$.

3. В какой точке касательная к графику функции $f(x) = 2\sqrt{x - 6}$ образует с осью Ox угол, равный 30° ?

4. Закон движения тела задан формулой $S(t) = 2t^3 - 4t^2 + 12$ (S – в метрах, t – в секундах). Найдите скорость тела в момент времени $t = 3$ с.

5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



Вариант 2

1. Найдите производную функции:

1) $f(x) = \frac{1}{2}x^6 - 4\sqrt{x}$;

2) $f(x) = \sqrt{2} + 8x - \frac{1}{x^4}$;

3) $f(x) = x^2 \cdot \sin x$;

4) $f(x) = (3x + 1)^5$;

5) $f(x) = 9^x - 2x^{4,5}$;

6) $f(x) = \ln(4 + 5x) + e^{6x}$;

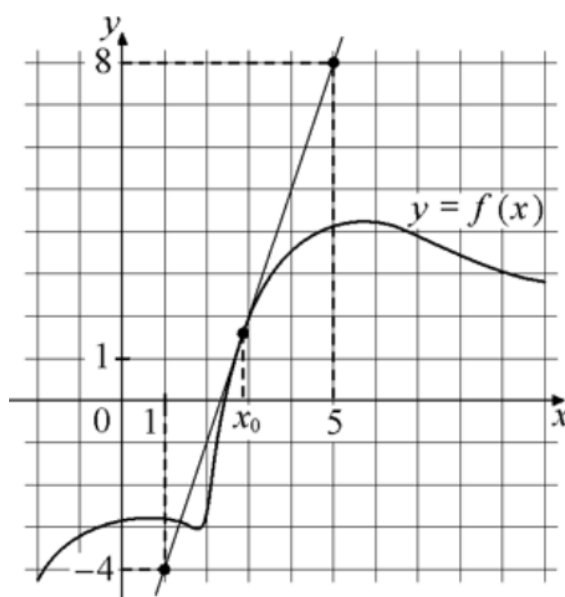
7) $f(x) = \log_6(3 - x) - \cos^2 x$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = (x + 3)^4$ в точке $x_0 = -4$.

3. В какой точке касательная к графику функции $f(x) = 2\sqrt{x - 5}$ образует с осью Ox угол, равный 30° ?

4. Закон движения тела задан формулой $S(t) = 4t^3 - 6t^2 + 10$ (S – в метрах, t – в секундах). Найдите скорость тела в момент времени $t = 2$ с.

5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



Ответы к проверочной работе № 9 (часть 1)			
№ задания		Вариант	
		1	2
1	1)	$f'(x) = 2x^3 - \frac{3}{\sqrt{x}}$	$f'(x) = 3x^5 - \frac{2}{\sqrt{x}}$
	2)	$f'(x) = 9 + \frac{3}{x^4}$	$f'(x) = 8 + \frac{5}{x^5}$
	3)	$f'(x) = 2x \cdot \cos x - x^2 \cdot \sin x$	$f'(x) = 2x \cdot \sin x + x^2 \cdot \cos x$
	4)	$f'(x) = 12(2x + 1)^5$	$f'(x) = 15(3x + 1)^4$
	5)	$f'(x) = 7^x \cdot \ln 7 - 7x^{2,5}$	$f'(x) = 9^x \cdot \ln 9 - 9x^{3,5}$
	6)	$f'(x) = \frac{4}{3 + 4x} + 5e^{5x}$	$f'(x) = \frac{5}{4 + 5x} + 6e^{6x}$
	7)	$f'(x) = -\frac{1}{(2 - x) \cdot \ln 5} - \sin 2x$	$f'(x) = -\frac{1}{(3 - x) \cdot \ln 6} + \sin 2x$
2		$y = 3x - 10$	$y = -4x - 15$
3		$(9; 2\sqrt{3})$	$(8; 2\sqrt{3})$
4		30	24
5		2	3

Время на выполнение: 90 минут.

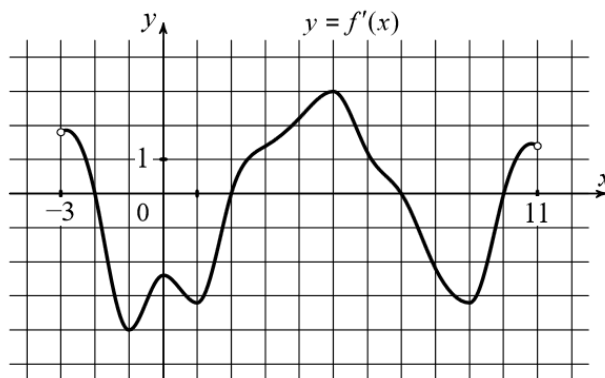
Оценка: «5» баллов – выполнено 10-11 заданий;
«4» балла – выполнено 7-9 заданий;
«3» балла – выполнено 4-6 заданий;
«2» балла – выполнено менее 4 заданий.

Тема 9. Производная и ее применение

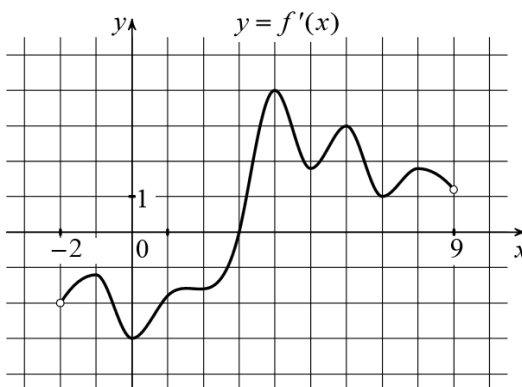
Проверочная работа № 9 (часть 2)

Вариант 1

1. Найдите критические точки функции $f(x) = x + \cos x$.
2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 9x^2$.
3. Найдите точки экстремума и экстремумы функции $f(x) = x^4 - 2x^2 + 10$.
4. Исследуйте на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x + \ln(3 - x)$.
5. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = e^{6x-x^2}$ на отрезке $[0; 6]$.
6. Участок прямоугольной формы, примыкающий к стене здания, необходимо огородить с трех сторон забором длиной 160 метров. Какие размеры должны иметь огороженные стороны участка, чтобы его площадь была наибольшей?
7. Исследуйте функцию и постройте ее график: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$.
8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 11)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.

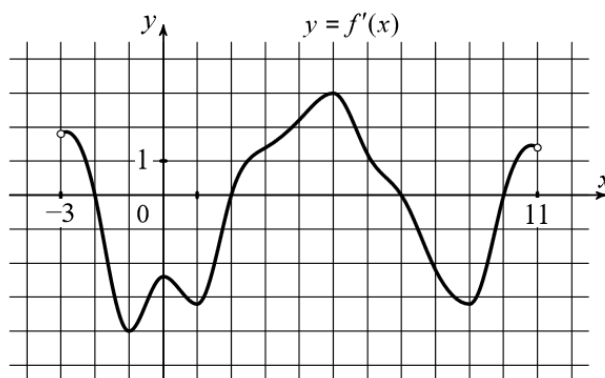


9. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. Найдите абсциссу точки, в которой функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.

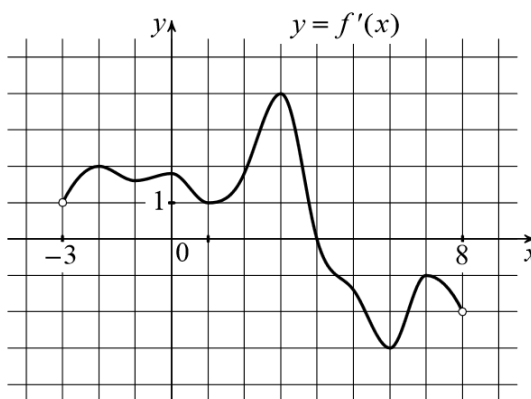


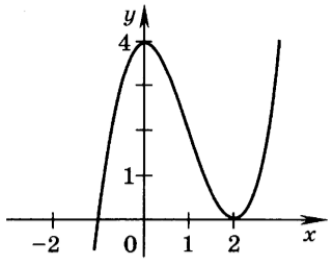
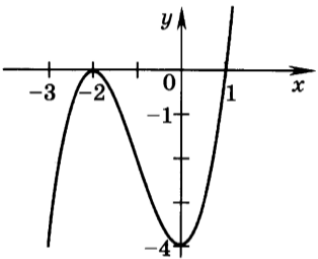
Вариант 2

1. Найдите критические точки функции $f(x) = x + \sin x$.
2. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x) = x^3 - 6x^2$.
3. Найдите точки экстремума и экстремумы функции $f(x) = x^4 - 8x^2 + 12$.
4. Исследуйте на монотонность и экстремумы функцию $f(x) = x + \ln(2 - x)$
5. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $f(x) = e^{4x-x^2}$ на отрезке $[0; 4]$.
6. Участок прямоугольной формы, примыкающий к стене здания, необходимо огородить с трех сторон забором длиной 120 метров. Какие размеры должны иметь огороженные стороны участка, чтобы его площадь была наибольшей?
7. Исследуйте функцию и постройте ее график: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.
8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 11)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



9. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 9)$. Найдите абсциссу точки, в которой функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.



Ответы к проверочной работе № 9 (часть 2)		
№ задания	Вариант	
	1	2
1	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$	$\pi + 2\pi n, n \in Z$
2	$f(x)$ убывает $[0; 6]$ $f(x)$ возрастает $(-\infty; 0]$ и $[6; +\infty)$	$f(x)$ убывает $[0; 4]$ $f(x)$ возрастает $(-\infty; 0]$ и $[4; +\infty)$
3	$x_{\min} = \pm 1, f_{\min} = 9$ $x_{\max} = 0, f_{\max} = 10$	$x_{\min} = \pm 2, f_{\min} = -4$ $x_{\max} = 0, f_{\max} = 12$
4	$f(x)$ убывает $[2; 3]$ $f(x)$ возрастает $(-\infty; 2]$ $x_{\max} = 2, f(1) = 2$	$f(x)$ убывает $[1; 2]$ $f(x)$ возрастает $(-\infty; 1]$ $x_{\max} = 1, f(1) = 1$
5	1 и e^9	1 и e^4
6	40 м, 80 м, 40 м	30 м, 60 м, 30 м
7		
8	5	4
9	3	4

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 8-9 заданий;
«4» балла – выполнено 6-7 заданий;
«3» балла – выполнено 4-5 задания;
«2» балла – выполнено менее 4 заданий.

Тема 10. Интеграл

Проверочная работа № 10

Вариант 1

1. Найдите общий вид первообразных для функции:

1) $f(x) = 5x^4 - 6x + 4$;

2) $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{2}{x^3}$;

3) $f(x) = 8e^{2x} + \cos x$;

4) $f(x) = \frac{2}{5x+1} - 9\sin 3x$;

5) $f(x) = (1-2x)^5 + e^{\frac{x}{4}}$.

2. Для функции $f(x)$ найдите первообразную, график которой проходит через точку M :

1) $f(x) = 6x + 5$, $M(2; 18)$;

2) $f(x) = \frac{12}{\sqrt{4x-3}}$, $M(7; 32)$.

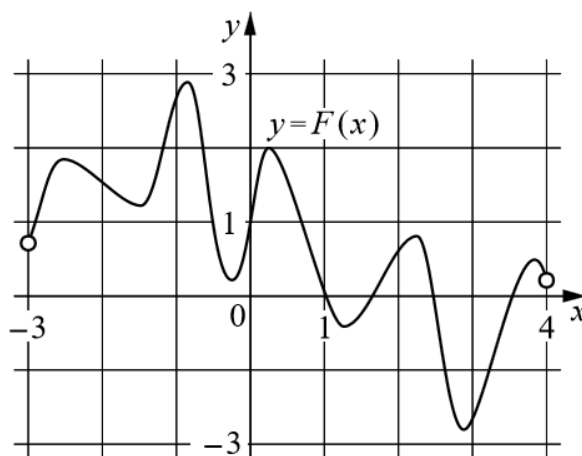
3. Вычислите интеграл:

1) $\int_2^3 4x^3 dx$;

2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 2x + 8$, $y = 0$, $x = 0$ и $x = 3$.

5. На рисунке изображен график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 4)$. Найдите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-2; 2]$.



Вариант 2

1. Найдите общий вид первообразных для функции:

1) $f(x) = 6x^5 - 4x + 5$;

2) $f(x) = \frac{5}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{3}{x^4}$;

3) $f(x) = 9e^{3x} - \sin x$;

4) $f(x) = \frac{3}{4x+1} + 8\cos 2x$;

5) $f(x) = (1-3x)^4 + e^{\frac{x}{5}}$.

2. Для функции $f(x)$ найдите первообразную, график которой проходит через точку M :

1) $f(x) = 4x + 3$, $M(3; 23)$;

2) $f(x) = \frac{15}{\sqrt{5x-4}}$, $M(4; 26)$.

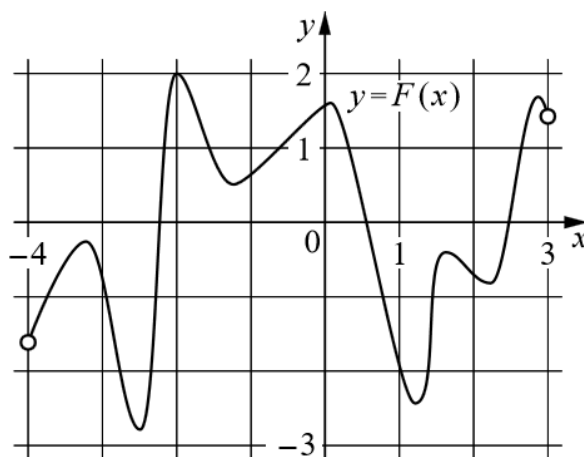
3. Вычислите интеграл:

1) $\int_4^5 3x^2 dx$;

2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$.

4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4x + 5$, $y = 0$, $x = 0$ и $x = 3$.

5. На рисунке изображен график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 3)$. Найдите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-3; 1]$.



Ответы к проверочной работе № 10			
№ задания		Вариант	
		1	2
1	1)	$F(x) = x^5 - 3x^2 + 4x + C$	$F(x) = x^6 - 2x^2 + 5x + C$
	2)	$F(x) = 4 \ln x + 6\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} + C$	$F(x) = 5 \ln x + 4\sqrt{x} + \frac{1}{x^3} + C$
	3)	$F(x) = 4e^{2x} + \sin x + C$	$F(x) = 3e^{3x} + \cos x + C$
	4)	$F(x) = \frac{2 \ln 5x + 1 }{5} + 3\cos 3x + C$	$F(x) = \frac{3 \ln 4x + 1 }{4} + 4\sin 2x + C$
	5)	$F(x) = -\frac{(1 - 2x)^6}{12} + 4e^{\frac{x}{4}} + C$	$F(x) = -\frac{(1 - 3x)^5}{15} + 5e^{\frac{x}{5}} + C$
2	1)	$F(x) = 3x^2 + 5x - 4$	$F(x) = 2x^2 + 3x - 4$
	2)	$F(x) = 6\sqrt{4x - 3} + 2$	$F(x) = 6\sqrt{5x - 4} + 2$
3	1)	65	61
	2)	0,5	1
4		24	24
5		5	4

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 10-11 заданий;
«4» балла – выполнено 7-9 заданий;
«3» балла – выполнено 4-6 задания;
«2» балла – выполнено менее 4 заданий.

Тема 11. Координаты и векторы

Проверочная работа № 11

Вариант 1

1. Медианы грани ABC тетраэдра $OABC$ пересекаются в точке M . Разложите вектор $\overrightarrow{OB}$ по векторам $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OM}$.
2. Даны векторы $\vec{a}\{1; 3; -5\}$, $\vec{b}\{2; -4; 6\}$ и $\vec{c}\{0; 8; 10\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 0,5\vec{c}$.
3. Найдите значения m и n при которых векторы $\vec{a}\{m; 8; 6\}$ и $\vec{b}\{1; n; 3\}$ коллинеарны.
4. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(5; 8; 9)$ и $B(6; 10; 7)$.
5. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}\{\sqrt{2}; 3; -5\}$ и $\vec{b}\{3\sqrt{2}; 8; 4\}$.
6. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, если $A(3; 2; 1)$, $B(5; 4; 1)$ и $C(3; 5; 4)$.
7. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 2$, $BC = 1$, $BB_1 = 4$. Вычислите косинус угла между прямыми AC и DC_1 .

Вариант 2

1. Медианы грани ABC тетраэдра $OABC$ пересекаются в точке M . Разложите вектор $\overrightarrow{OC}$ по векторам $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OM}$.
2. Даны векторы $\vec{a}\{2; 4; -6\}$, $\vec{b}\{1; -3; 5\}$ и $\vec{c}\{8; 10; 0\}$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 0,5\vec{c}$.
3. Найдите значения m и n при которых векторы $\vec{a}\{m; 6; 8\}$ и $\vec{b}\{1; n; 4\}$ коллинеарны.
4. Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(6; 9; 10)$ и $B(7; 11; 8)$.
5. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}\{\sqrt{3}; 4; -6\}$ и $\vec{b}\{2\sqrt{3}; 9; 5\}$.
6. Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, если $A(4; 1; 2)$, $B(5; 1; 3)$ и $C(6; 2; 3)$.
7. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 1$, $BC = 2$, $BB_1 = 4$. Вычислите косинус угла между прямыми AC и DA_1 .

Ответы к проверочной работе № 11		
№ задания	Вариант	
	1	2
1	$\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}$	$\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$
2	$\vec{p}\{8; -10; 3\}$	$\vec{p}\{4; 1; -8\}$
3	$m = 2, n = 4$	$m = 2, n = 3$
4	3	3
5	10	12
6	60°	30°
7	0,4	0,4

Время на выполнение: 60 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 7 заданий;
«4» балла – выполнено 5-6 заданий;
«3» балла – выполнено 3-4 задания;
«2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Тема 12. Уравнения и неравенства

Проверочная работа № 12

Вариант 1

1. Решите уравнение $x^2 + 6x - 4 = 3\sqrt{x^2 + 6x}$.
2. Решите неравенство $\frac{x^3(x+1)^2(x-5)}{(x-2)(x+7)} \leq 0$.
3. Решите уравнение $\log_5(x^2 - 8) = \log_5 2x$.
4. Решите неравенство $4^{2x} + 2 \cdot 4^x - 24 > 0$.
5. а) Решите уравнение $\sin 2x - 2\sin^2 x = 0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.
6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}} \log_2(x - 5) > 0$.

Вариант 2

1. Решите уравнение $x^2 + 8x - 3 = 2\sqrt{x^2 + 8x}$.
2. Решите неравенство $\frac{x^5(x+3)^2(x-9)}{(x+6)(4-x)} \geq 0$.
3. Решите уравнение $\log_4(10 - x^2) = \log_4 3x$.
4. Решите неравенство $2^{2x} - 6 \cdot 2^x - 16 > 0$.
5. а) Решите уравнение $\sin 2x - 2\cos^2 x = 0$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.
6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \log_3(x - 4) > 0$.

Вариант 3

1. Решите уравнение $x^2 + 6x - 4 = 3\sqrt{x^2 + 6x}$.
2. Решите неравенство $\frac{x^3(x-1)^2(x+5)}{(x+2)(7-x)} \geq 0$.
3. Решите уравнение $\log_3(x^2 - 5) = \log_3 4x$.
4. Решите неравенство $5^{2x} + 2 \cdot 5^x - 35 > 0$.
5. а) Решите уравнение $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{4}} \log_4(x-3) > 0$.

Вариант 4

1. Решите уравнение $x^2 + 8x - 3 = 2\sqrt{x^2 + 8x}$.

2. Решите неравенство $\frac{x^5(x-3)^2(x+9)}{(x+4)(x-6)} \leq 0$.

3. Решите уравнение $\log_2(6-x^2) = \log_2 5x$.

4. Решите неравенство $3^{2x} - 7 \cdot 3^x - 18 > 0$.

5. а) Решите уравнение $2\cos^2 x - \sqrt{3}\sin 2x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; 2\pi]$.

6. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{5}} \log_5(x-2) > 0$.

Ответы к проверочной работе № 12					
№ задания		Вариант			
		1	2	3	4
1		-8; 2	-9; 1	-8; 2	-9; 1
2		$(-7; 0] \cup (2; 5]$	$(-6; 0] \cup (4; 9]$	$[-5; -2) \cup [0; 7)$	$[-9; -4) \cup [0; 6)$
3		4	2	5	1
4		$(1; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$(1; +\infty)$	$(2; +\infty)$
5	а)	$\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\frac{\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$	$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ $\frac{\pi}{6} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
	б)	$\pi; \frac{5\pi}{4}; 2\pi$	$\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}; \frac{3\pi}{2}$	$\pi; \frac{4\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}$
6		$(6; 7)$	$(5; 7)$	$(4; 7)$	$(3; 7)$

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 7 заданий;
 «4» балла – выполнено 5-6 заданий;
 «3» балла – выполнено 3-4 задания;
 «2» балла – выполнено менее 3 заданий.

Контрольная работа (1 семестр)

Вариант 1

1. Вычислите $\left(2^{\frac{12}{5}} \cdot 2^{\frac{8}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}$.
2. Вычислите $\frac{\sqrt[4]{144}}{\sqrt[4]{9}}$.
3. Решите неравенство $\frac{x^2 - 16}{x + 2} \geq 0$.
4. Вычислите $\frac{\log_3 32}{\log_3 2}$.
5. Решите уравнение $\sqrt{2x + 8} = x$.
6. Решите неравенство $\left(\frac{1}{6}\right)^{3-2x} < 216$.
7. Решите уравнение $9^{\log_9(5x-2)} = 8$.
8. Из точки A проведены к плоскости α перпендикуляр $AH=5$ и наклонная $AM=13$. Найдите проекцию наклонной на плоскость α .
9. В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и P являются серединами ребер AD , BD и CD . Найдите площадь сечения MNP , если площадь грани ABC равна 12.
10. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 5 , $3\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$.
11. В вазе лежат яблоки: 10 зеленых и 5 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 3 зеленых и 2 красных яблока?
12. Вычислите $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$.
13. Решите уравнение $2 \cos x = 1$.
14. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x = \sqrt{2} \cos x$.
15. Цена на товар была повышена на 20% и составила 7800 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Контрольная работа (1 семестр)

Вариант 2

1. Вычислите $\left(3^{\frac{21}{4}} : 3^{\frac{5}{4}}\right)^{\frac{1}{2}}$.
2. Вычислите $\sqrt[3]{250} \cdot \sqrt[3]{4}$.
3. Решите неравенство $\frac{x^2 - 25}{x + 3} \leq 0$.
4. Вычислите $\frac{\log_4 81}{\log_4 3}$.
5. Решите уравнение $\sqrt{3x + 4} = x$.
6. Решите неравенство $\left(\frac{1}{4}\right)^{2-3x} > 256$.
7. Решите уравнение $5^{\log_5(4x-3)} = 9$.
8. Из точки A проведены к плоскости α перпендикуляр $AH=9$ и наклонная $AM=15$. Найдите проекцию наклонной на плоскость α .
9. В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и P являются серединами ребер AD , BD и CD . Найдите площадь сечения MNP , если площадь грани ABC равна 16.
10. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 2 , $3\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.
11. В вазе лежат яблоки: 12 желтых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 4 желтых и 2 красных яблока?
12. Вычислите $2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8}$.
13. Решите уравнение $2 \sin x = 1$.
14. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x = \sqrt{3} \sin x$.
15. Цена на товар была снижена на 20% и составила 5200 рублей. Сколько рублей стоил товар до снижения цены?

Контрольная работа (1 семестр)

Вариант 3

1. Вычислите $\left(3^{\frac{25}{6}} \cdot 3^{\frac{11}{6}}\right)^{\frac{1}{3}}$.
2. Вычислите $\frac{\sqrt[3]{320}}{\sqrt[3]{5}}$.
3. Решите неравенство $\frac{(x+2) \cdot (4-x)}{x} \geq 0$.
4. Вычислите $\frac{\log_5 64}{\log_5 4}$.
5. Решите уравнение $\sqrt{5x-4} = x$.
6. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x} < 8$.
7. Решите уравнение $6^{\log_6(2x-5)} = 3$.
8. Из точки A проведены к плоскости α перпендикуляр $AN=12$ и наклонная $AM=13$. Найдите проекцию наклонной на плоскость α .
9. В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и P являются серединами ребер AD , BD и CD . Найдите площадь сечения MNP , если площадь грани ABC равна 20.
10. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 3 , $2\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$.
11. В вазе лежат яблоки: 10 зеленых и 5 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 зеленых и 3 красных яблока?
12. Вычислите $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$.
13. Решите уравнение $2 \cos x = \sqrt{3}$.
14. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x = \sqrt{3} \cos x$.
15. Цена на товар была повышена на 40% и составила 6300 рублей. Сколько рублей стоил товар до повышения цены?

Контрольная работа (1 семестр)

Вариант 4

1. Вычислите $\left(2^{\frac{23}{3}} : 2^{\frac{5}{3}}\right)^{\frac{1}{3}}$.
2. Вычислите $\sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[4]{5}$.
3. Решите неравенство $\frac{(x+3) \cdot (5-x)}{x} \leq 0$.
4. Вычислите $\frac{\log_6 25}{\log_6 5}$.
5. Решите уравнение $\sqrt{4x-3} = x$.
6. Решите неравенство $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-3x} > 81$.
7. Решите уравнение $8^{\log_8(3x+4)} = 7$.
8. Из точки A проведены к плоскости α перпендикуляр $AH=12$ и наклонная $AM=15$. Найдите проекцию наклонной на плоскость α .
9. В тетраэдре $ABCD$ точки M , N и P являются серединами ребер AD , BD и CD . Найдите площадь сечения MNP , если площадь грани ABC равна 24.
10. Найдите диагональ прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны: 6 , $2\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$.
11. В вазе лежат яблоки: 12 желтых и 6 красных. Сколькими способами можно взять из вазы 2 желтых и 4 красных яблока?
12. Вычислите $2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12}$.
13. Решите уравнение $2 \sin x = \sqrt{3}$.
14. Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin 2x = \sqrt{2} \sin x$.
15. Цена на товар была снижена на 40% и составила 2700 рублей. Сколько рублей стоил товар до снижения цены?

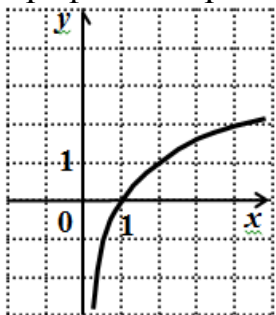
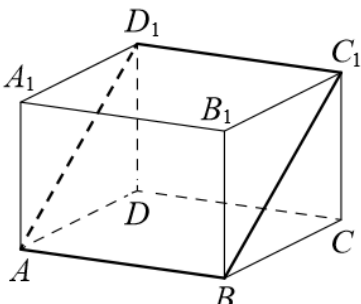
<i>Ответы к контрольной работе (1 семестр)</i>				
<i>№ задания</i>	<i>Вариант</i>			
	1	2	3	4
1	4	9	9	4
2	2	10	4	5
3	$[-4; -2) \cup [4; +\infty)$	$(-\infty; -5] \cup (-3; 5]$	$(-\infty; -2] \cup (0; 4]$	$[-3; 0) \cup [5; +\infty)$
4	5	4	3	2
5	4	4	1 ; 4	1 ; 3
6	$(-\infty; 3)$	$(2; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$(2; +\infty)$
7	2	3	4	1
8	12	12	5	9
9	3	4	5	6
10	7	6	6	7
11	1200	7425	450	990
12	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
13	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
14	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$
15	6500	6500	4500	4500

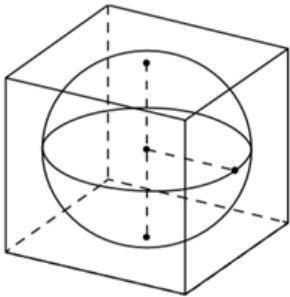
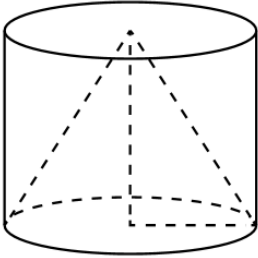
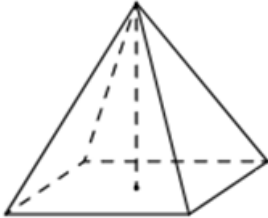
Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 13-15 заданий;
«4» балла – выполнено 9-12 заданий;
«3» балла – выполнено 5-8 заданий;
«2» балла – выполнено менее 5 заданий.

Итоговая проверочная работа (тестирование)

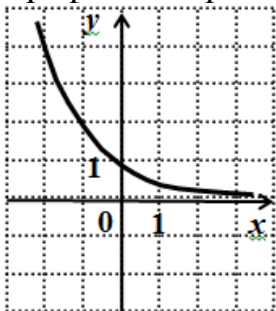
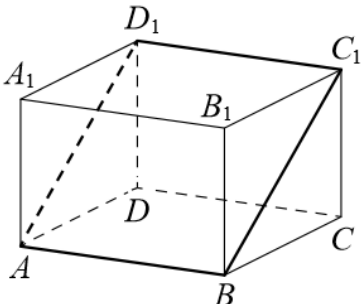
Вариант 1

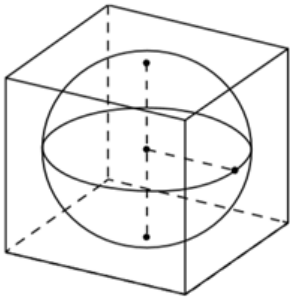
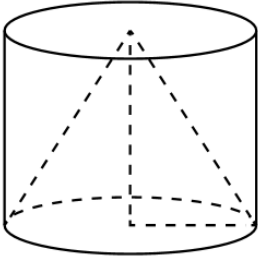
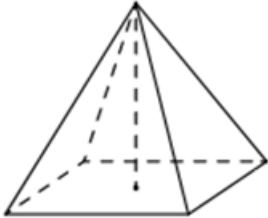
Задание	Варианты ответов
1) Найдите значение выражения $125^{\frac{2}{3}}$.	1) 5 2) 10 3) 25 4) 50
2) Найдите значение выражения $\log_5 2,5 + \log_5 50$.	1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
3) Решите уравнение $\sqrt{x^2 + 2x + 6} = 3$.	1) -1; 3 2) -3; 1 3) 1; 3 4) -3; -1
4) Решите неравенство $6^{2x-3} < 216$.	1) $(-\infty; 3)$ 2) $(-\infty; 0)$ 3) $(3; +\infty)$ 4) $(0; +\infty)$
5) Решите уравнение $2 \cos x = \sqrt{3}$.	1) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ 3) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$
6) Укажите функцию, график которой изображен на рисунке. 	1) $y = \log_2 x$ 2) $y = \log_{0,5} x$ 3) $y = 2^x$ 4) $y = 0,5^x$
7) Найдите площадь сечения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1 , если $AB=8$, $BC=4$ и $CC_1=3$. 	1) 15 2) 20 3) 30 4) 40

8) Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 9}$.	1) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ 2) $(-3; 3)$ 3) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ 4) $[-3; 3]$
9) Найдите множество значений функции $y = 3\cos 2x$.	1) $[-1; 1]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[-3; 3]$ 4) $(0; +\infty)$
10) Найдите производную функции $y = e^{5x} + x^6$.	1) $y' = e^{5x} + 6x^5$ 2) $y' = 5e^{5x} + x^6$ 3) $y' = e^{5x} + 5x^6$ 4) $y' = 5e^{5x} + 6x^5$
11) В куб вписан шар. Найдите площадь поверхности куба, если радиус шара равен 1,5. 	1) 12 2) 18 3) 36 4) 54
12) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 48. Найдите объём конуса. 	1) 12 2) 16 3) 24 4) 32
13) Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а ее высота равна 9. 	1) 36 2) 48 3) 96 4) 144
14) В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.	1) 0,25 2) 0,5 3) 0,75 4) 0,9
15) Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 75x$.	1) 0 2) -5 3) 5 4) 25

Итоговая проверочная работа (тестирование)

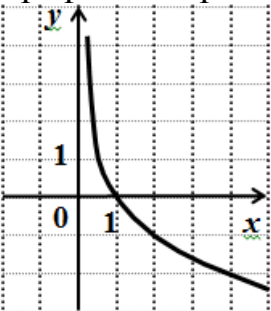
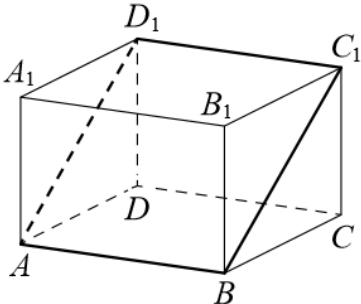
Вариант 2

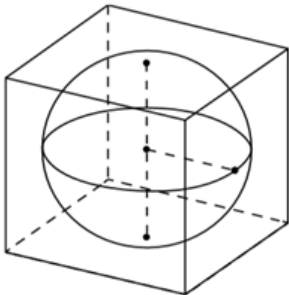
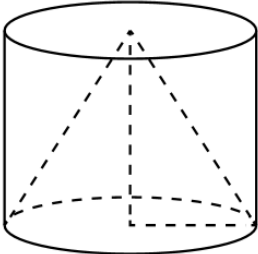
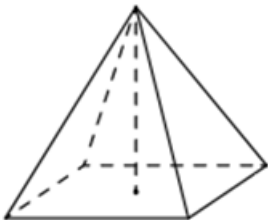
Задание	Варианты ответов
1) Найдите значение выражения $32^{\frac{3}{5}}$.	1) 4 2) 8 3) 16 4) 32
2) Найдите значение выражения $\log_2 40 - \log_2 2,5$.	1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
3) Решите уравнение $\sqrt{x^2 + 4x - 1} = 2$.	1) -5; 1 2) -1; 5 3) 1; 5 4) -5; -1
4) Решите неравенство $4^{3x-2} > 256$.	1) $(-\infty; 2)$ 2) $(-\infty; 0)$ 3) $(2; +\infty)$ 4) $(0; +\infty)$
5) Решите уравнение $2 \sin x = \sqrt{3}$.	1) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ 3) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$
6) Укажите функцию, график которой изображен на рисунке. 	1) $y = \log_2 x$ 2) $y = \log_{0,5} x$ 3) $y = 2^x$ 4) $y = 0,5^x$
7) Найдите площадь сечения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1 , если $AB=6$, $BC=3$ и $CC_1=4$. 	1) 13 2) 15 3) 26 4) 30

8) Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 16}$.	1) $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$ 2) $(-4; 4)$ 3) $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ 4) $[-4; 4]$
9) Найдите множество значений функции $y = 2 \cos 3x$.	1) $[-1; 1]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[-3; 3]$ 4) $(0; +\infty)$
10) Найдите производную функции $y = e^{3x} + x^4$.	1) $y' = e^{3x} + 4x^3$ 2) $y' = 3e^{3x} + x^4$ 3) $y' = e^{3x} + 3x^4$ 4) $y' = 3e^{3x} + 4x^3$
11) В куб вписан шар. Найдите площадь поверхности куба, если радиус шара равен 2. 	1) 24 2) 48 3) 64 4) 96
12) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 16. Найдите объём цилиндра. 	1) 24 2) 32 3) 40 4) 48
13) Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 5, а ее высота равна 6. 	1) 30 2) 50 3) 100 4) 150
14) В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет хотя бы один раз.	1) 0,25 2) 0,5 3) 0,75 4) 0,9
15) Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x$.	1) 0 2) -4 3) 4 4) 16

Итоговая проверочная работа (тестирование)

Вариант 3

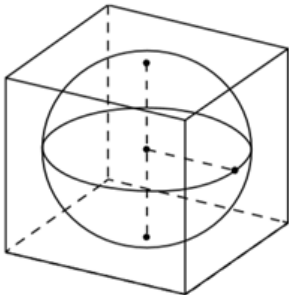
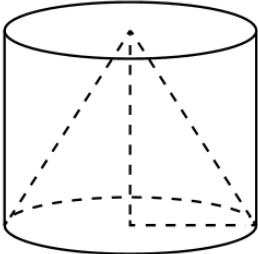
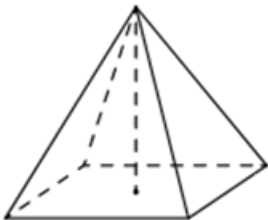
Задание	Варианты ответов
1) Найдите значение выражения $64^{\frac{2}{3}}$.	1) 4 2) 8 3) 16 4) 32
2) Найдите значение выражения $\log_3 1,5 + \log_3 18$.	1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
3) Решите уравнение $\sqrt{x^2 + 3x + 5} = 3$.	1) -1; 4 2) -4; 1 3) 1; 4 4) -4; -1
4) Решите неравенство $2^{2x-3} < 8$.	1) $(-\infty; 3)$ 2) $(-\infty; 0)$ 3) $(3; +\infty)$ 4) $(0; +\infty)$
5) Решите уравнение $2 \cos x = 1$.	1) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ 3) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$
6) Укажите функцию, график которой изображен на рисунке. 	1) $y = \log_2 x$ 2) $y = \log_{0,5} x$ 3) $y = 2^x$ 4) $y = 0,5^x$
7) Найдите площадь сечения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки A, B и C_1 , если $AB=5$, $BC=6$ и $CC_1=8$. 	1) 19 2) 25 3) 38 4) 50

8) Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 25}$.	1) $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$ 2) $(-5; 5)$ 3) $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$ 4) $[-5; 5]$
9) Найдите множество значений функции $y = 3\sin 2x$.	1) $[-1; 1]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[-3; 3]$ 4) $(0; +\infty)$
10) Найдите производную функции $y = e^{6x} + x^5$.	1) $y' = e^{6x} + 5x^4$ 2) $y' = 6e^{6x} + x^5$ 3) $y' = e^{6x} + 4x^5$ 4) $y' = 6e^{6x} + 5x^4$
11) В куб вписан шар. Найдите площадь поверхности куба, если радиус шара равен 2,5. 	1) 35 2) 75 3) 125 4) 150
12) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 54. Найдите объём конуса. 	1) 14 2) 18 3) 27 4) 36
13) Найдите объем правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а ее высота равна 6. 	1) 24 2) 32 3) 64 4) 96
14) В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.	1) 0,25 2) 0,5 3) 0,75 4) 0,9
15) Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 75x$.	1) 0 2) -5 3) 5 4) 25

Итоговая проверочная работа (тестирование)

Вариант 4

Задание	Варианты ответов
1) Найдите значение выражения $81^{\frac{3}{4}}$.	1) 3 2) 9 3) 27 4) 54
2) Найдите значение выражения $\log_4 24 - \log_4 1,5$.	1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
3) Решите уравнение $\sqrt{x^2 + 5x - 2} = 2$.	1) -6; 1 2) -1; 6 3) 1; 6 4) -6; -1
4) Решите неравенство $3^{3x-2} > 81$.	1) $(-\infty; 2)$ 2) $(-\infty; 0)$ 3) $(2; +\infty)$ 4) $(0; +\infty)$
5) Решите уравнение $2 \sin x = 1$.	1) $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 2) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ 3) $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$
6) Укажите функцию, график которой изображен на рисунке.	1) $y = \log_2 x$ 2) $y = \log_{0,5} x$ 3) $y = 2^x$ 4) $y = 0,5^x$
7) Найдите площадь сечения прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки A , B и C_1 , если $AB=7$, $BC=8$ и $CC_1=6$.	1) 21 2) 35 3) 42 4) 70

8) Найдите область определения функции $y = \sqrt{x^2 - 36}$.	1) $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ 2) $(-6; 6)$ 3) $(-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$ 4) $[-6; 6]$
9) Найдите множество значений функции $y = 2 \sin 3x$.	1) $[-1; 1]$ 2) $[-2; 2]$ 3) $[-3; 3]$ 4) $(0; +\infty)$
10) Найдите производную функции $y = e^{4x} + x^3$.	1) $y' = e^{4x} + 3x^2$ 2) $y' = 4e^{4x} + x^3$ 3) $y' = e^{4x} + 2x^3$ 4) $y' = 4e^{4x} + 3x^2$
11) В куб вписан шар. Найдите площадь поверхности куба, если радиус шара равен 3. 	1) 36 2) 72 3) 144 4) 216
12) Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 18. Найдите объём цилиндра. 	1) 27 2) 36 3) 42 4) 54
13) Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 5, а ее высота равна 9. 	1) 45 2) 75 3) 150 4) 225
14) В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.	1) 0,25 2) 0,5 3) 0,75 4) 0,9
15) Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 48x$.	1) 0 2) -4 3) 4 4) 16

Ответы к итоговой проверочной работе (тестированию)				
№ задания	Вариант			
	1	2	3	4
1	3	2	3	3
2	3	4	3	2
3	2	1	2	1
4	1	3	1	3
5	4	1	2	3
6	1	4	2	3
7	4	4	4	4
8	3	3	3	3
9	3	2	3	2
10	4	4	4	4
11	4	4	4	4
12	2	4	2	4
13	2	2	2	2
14	1	3	2	1
15	2	2	3	3

Время на выполнение: 90 минут.

Оценка: «5» баллов – выполнено 13-15 заданий;
 «4» балла – выполнено 9-12 заданий;
 «3» балла – выполнено 5-8 заданий;
 «2» балла – выполнено менее 5 заданий.

4. Контрольно-измерительные материалы для промежуточной аттестации

Контрольно-измерительные материалы предназначены для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена по общеобразовательной учебной дисциплине Математика.

Контрольно-измерительные материалы для промежуточной аттестации позволяют установить уровень достижения обучающимися итоговых предметных результатов по общеобразовательной учебной дисциплине Математика (включая алгебру и начала математического анализа, геометрию) на базовом уровне в соответствии с ФГОС среднего общего образования.

В работу включены задания по всем основным разделам курса математики: алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика, геометрия (планиметрия и стереометрия).

Содержание экзаменационной работы дает возможность проверить комплекс умений по дисциплине:

- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами;
- уметь строить и исследовать математические модели;
- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Контрольно-измерительный материал для промежуточной аттестации содержит 5 вариантов (4 основных и один дополнительный). В каждом из вариантов по 21 заданию.

На выполнение экзаменационной работы отводится 3 часа (180 минут).

Правильное решение каждого из заданий варианта оценивается 1 баллом. Максимальный первичный балл за всю работу – 21. Первичные баллы экзамена переводятся в следующие оценки по пятибалльной шкале:

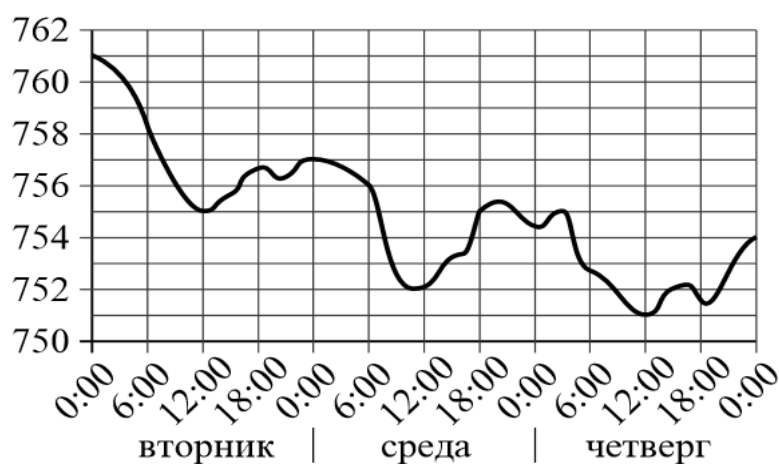
Отметка по пятибалльной шкале	«2» (неудовлетворительно)	«3» (удовлетворительно)	«4» (хорошо)	«5» (отлично)
Общий балл за работу	0 – 7	8 – 12	13 – 17	18 – 21

Экзаменационная работа
по общеобразовательной учебной дисциплине «Математика»

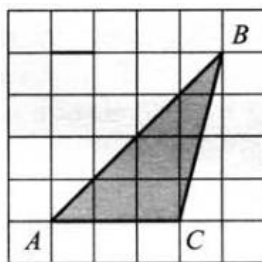
Вариант 1

1) Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 63 га и распределена между зерновыми и бахчевыми культурами в отношении 4:5 соответственно. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

2) На рисунке изображён график значений атмосферного давления в некотором городе за три дня. По горизонтали указаны дни недели и время, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Определите по рисунку значение атмосферного давления в среду в 6:00. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.



3) Найдите площадь треугольника ABC , изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .



4) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{5}} 25$.

5) Найдите корень уравнения $\sqrt{3x-8} = 4$.

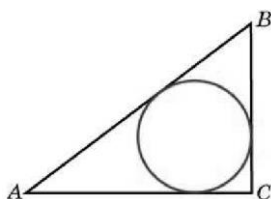
6) Решите неравенство $2^{x+7} < 32$.

7) Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t=10$ с, $U=6$ В и $R=15$ Ом.

8) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл не выпадет ни разу.

9) Найдите больший корень уравнения $\log_4(x^2 - 3x) = 1$.

10) В треугольнике ABC известно, что $AC = 8$, $BC = 6$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.

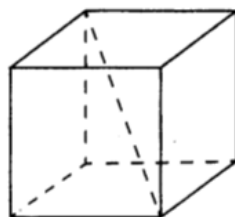


11) Найдите $4\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$.

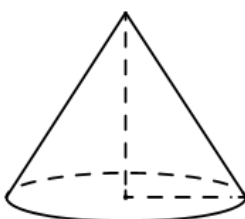
12) Найдите область определения функции $y = \ln(x - 4)$.

13) Найдите множество значений функции $y = \sin x + 2$.

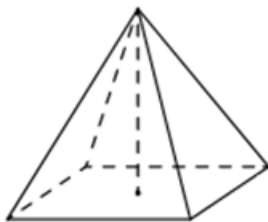
14) Найдите объем куба, диагональ которого равна $5\sqrt{2}$.



15) Объем конуса равен 96π , а его высота равна 8. Найдите радиус основания конуса.

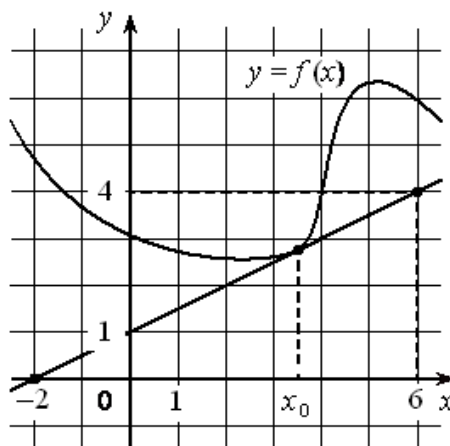


16) Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а ее объем равен 48.



17) Найдите значение производной функции $y = 2 \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

18) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



19) Найдите точку минимума функции $y = 2x^3 - 24x^2 + 3$.

20) Решите уравнение $2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0$

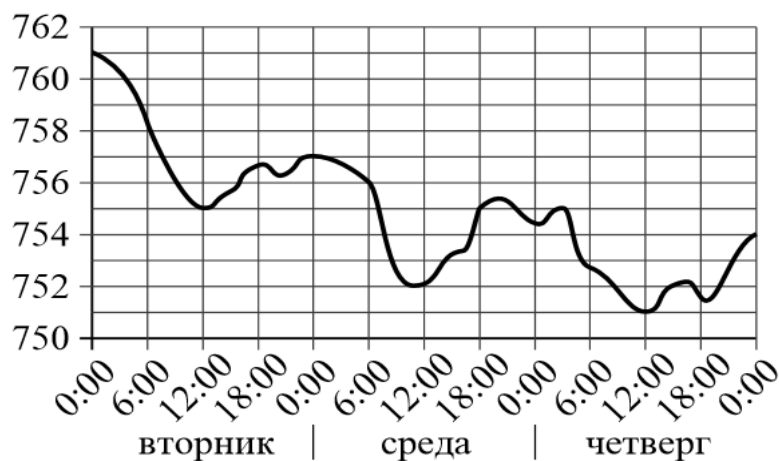
21) Торговая база закупила у изготовителя партию сумок и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 20% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на сумки на 50% выше оптовой. В период распродаж магазин снизил розничную цену на них на 10%. По какой цене были закуплены сумки у изготовителя, если на распродаже покупатель приобрел такую сумку за 2430 рублей.

Экзаменационная работа
по общеобразовательной учебной дисциплине «Математика»

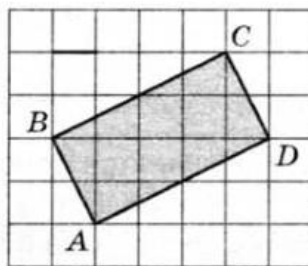
Вариант 2

1) Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 72 га и распределена между зерновыми и бахчевыми культурами в отношении 5:3 соответственно. Сколько гектаров занимают бахчевые культуры?

2) На рисунке изображён график значений атмосферного давления в некотором городе за три дня. По горизонтали указаны дни недели и время, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Определите по рисунку значение атмосферного давления в четверг в 12:00. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.



3) Найдите площадь прямоугольника $ABCD$, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .



4) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{6}} 36$.

5) Найдите корень уравнения $\sqrt{4x+5} = 7$.

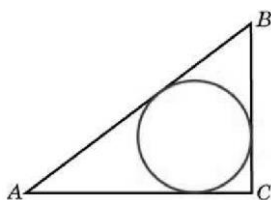
6) Решите неравенство $3^{x+5} > 27$.

7) Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t=15$ с, $U=4$ В и $R=12$ Ом.

8) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет хотя бы один раз.

9) Найдите больший корень уравнения $\log_3(x^2 + 8x) = 2$.

10) В треугольнике ABC известно, что $AC = 12$, $BC = 5$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.

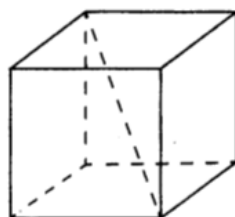


11) Найдите $6\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,5$.

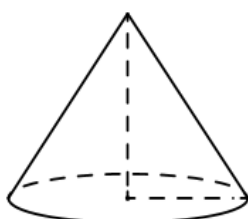
12) Найдите область определения функции $y = \ln(x - 3)$.

13) Найдите множество значений функции $y = \cos x + 3$.

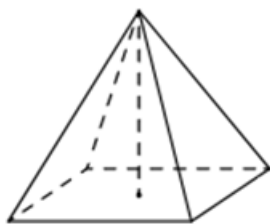
14) Найдите объем куба, диагональ которого равна $6\sqrt{2}$.



15) Объем конуса равен 75π , а его высота равна 9. Найдите радиус основания конуса.

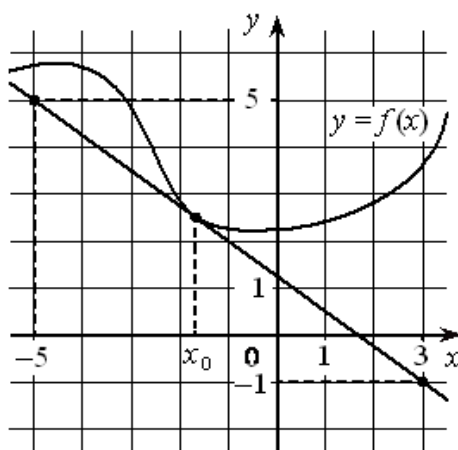


16) Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 5, а ее объем равен 50.



17) Найдите значение производной функции $y = 2 \cos x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

18) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



19) Найдите точку минимума функции $y = 2x^3 - 21x^2 + 4$.

20) Решите уравнение $2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0$

21) Торговая база закупила у изготовителя партию сумок и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 30% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на сумки на 50% выше оптовой. В период распродаж магазин снизил розничную цену на них на 20%. По какой цене были закуплены сумки у изготовителя, если на распродаже покупатель приобрел такую сумку за 2340 рублей.

Экзаменационная работа
по общеобразовательной учебной дисциплине «Математика»

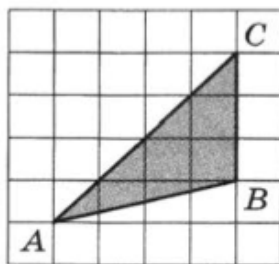
Вариант 3

1) Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 63 га и распределена между зерновыми и бахчевыми культурами в отношении 4:5 соответственно. Сколько гектаров занимают бахчевые культуры?

2) На рисунке изображён график значений атмосферного давления в некотором городе за три дня. По горизонтали указаны дни недели и время, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Определите по рисунку значение атмосферного давления в среду в 18:00. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.



3) Найдите площадь треугольника ABC , изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .



4) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{7}} 49$.

5) Найдите корень уравнения $\sqrt{5x - 9} = 6$.

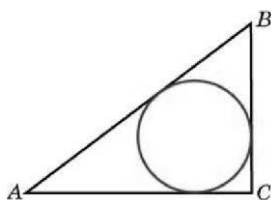
6) Решите неравенство $2^{x+8} > 64$.

7) Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t=8$ с, $U=7$ В и $R=14$ Ом.

8) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно один раз.

9) Найдите больший корень уравнения $\log_5(x^2 - 4x) = 1$.

10) В треугольнике ABC известно, что $AC = 15$, $BC = 8$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.

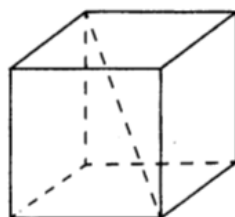


11) Найдите $4\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -0,5$.

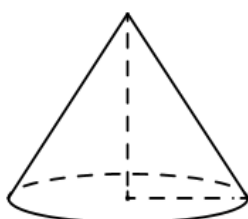
12) Найдите область определения функции $y = \ln(x - 6)$.

13) Найдите множество значений функции $y = \sin x + 3$.

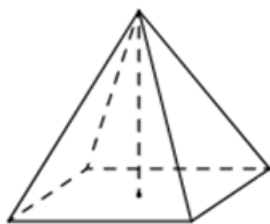
14) Найдите объем куба, диагональ которого равна $7\sqrt{2}$.



15) Объем конуса равен 98π , а его высота равна 6. Найдите радиус основания конуса.

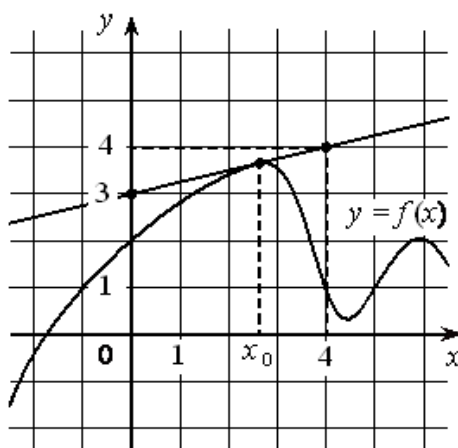


16) Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 4, а ее объем равен 32.



17) Найдите значение производной функции $y = \sqrt{2} \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

18) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



19) Найдите точку минимума функции $y = 2x^3 - 18x^2 + 5$.

20) Решите уравнение $2 \cos^2 x - 7 \cos x + 3 = 0$

21) Торговая база закупила у изготовителя партию сумок и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 20% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на сумки на 50% выше оптовой. В период распродаж магазин снизил розничную цену на них на 10%. По какой цене были закуплены сумки у изготовителя, если на распродаже покупатель приобрел такую сумку за 3240 рублей.

Экзаменационная работа
по общеобразовательной учебной дисциплине «Математика»

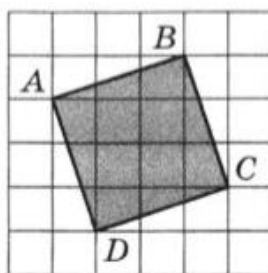
Вариант 4

1) Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 72 га и распределена между зерновыми и бахчевыми культурами в отношении 5:3 соответственно. Сколько гектаров занимают зерновые культуры?

2) На рисунке изображён график значений атмосферного давления в некотором городе за три дня. По горизонтали указаны дни недели и время, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Определите по рисунку значение атмосферного давления во вторник в 12:00. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.



3) Найдите площадь квадрата $ABCD$, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 .



4) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{8}} 64$.

5) Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+7} = 5$.

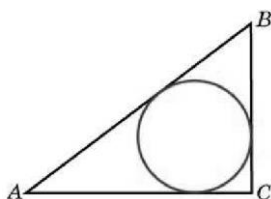
6) Решите неравенство $3^{x+6} < 81$.

7) Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t=12$ с, $U=5$ В и $R=20$ Ом.

8) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет ровно два раза.

9) Найдите больший корень уравнения $\log_2(x^2 + 7x) = 3$.

10) В треугольнике ABC известно, что $AC = 12$, $BC = 9$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.

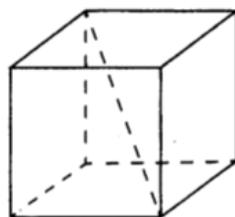


11) Найдите $6\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,5$.

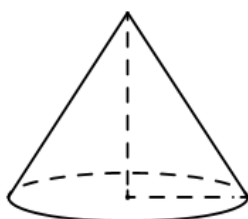
12) Найдите область определения функции $y = \ln(x - 5)$.

13) Найдите множество значений функции $y = \cos x + 2$.

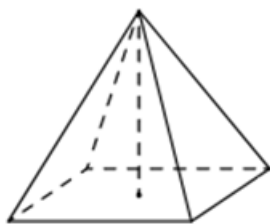
14) Найдите объем куба, диагональ которого равна $8\sqrt{2}$.



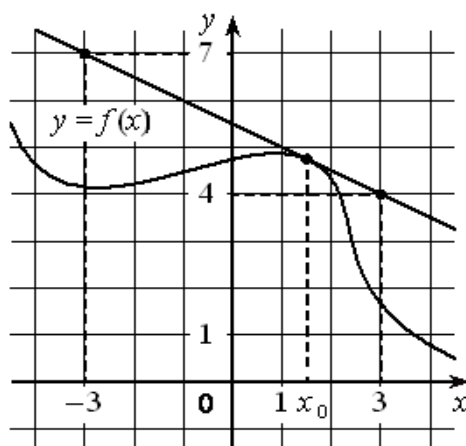
15) Объем конуса равен 64π , а его высота равна 12. Найдите радиус основания конуса.



16) Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 5, а ее объем равен 75.



17) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



18) Найдите значение производной функции $y = \sqrt{2} \cos x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

19) Найдите точку минимума функции $y = 2x^3 - 15x^2 + 6$.

20) Решите уравнение $2 \sin^2 x + 5 \sin x - 3 = 0$

21) Торговая база закупила у изготовителя партию сумок и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 30% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на сумки на 50% выше оптовой. В период распродаж магазин снизил розничную цену на них на 20%. По какой цене были закуплены сумки у изготовителя, если на распродаже покупатель приобрел такую сумку за 3120 рублей.

Ответы к экзаменационной работе
по общеобразовательной учебной дисциплине «Математика»

№ задания	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	28	27	35	45
2	756	751	755	755
3	6	10	6	10
4	4	4	4	4
5	8	11	9	3
6	$(-\infty; -2)$	$(-2; +\infty)$	$(-2; +\infty)$	$(-\infty; -2)$
7	24	20	28	15
8	0,125	0,375	0,875	0,375
9	4	1	5	1
10	2	2	3	3
11	-2	3	-2	3
12	$(4; +\infty)$	$(3; +\infty)$	$(6; +\infty)$	$(5; +\infty)$
13	$[1; 3]$	$[2; 4]$	$[2; 4]$	$[1; 3]$
14	125	216	343	512
15	6	5	7	4
16	9	6	6	9
17	0,5	-0,75	0,25	-0,5
18	1	-1	1	-1
19	8	7	6	5
20	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
21	1500	1500	2000	2000

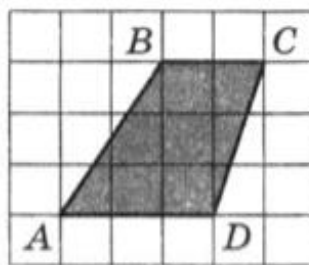
Экзаменационная работа
по общеобразовательной учебной дисциплине «Математика»

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ВАРИАНТ

- 1) Площадь земель фермерского хозяйства, отведённых под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 56 га и распределена между бобовыми и злаковыми культурами в отношении 3:4 соответственно. Сколько гектаров занимают злаковые культуры?
- 2) На рисунке изображён график значений атмосферного давления в некотором городе за три дня. По горизонтали указаны дни недели и время, по вертикали — значения атмосферного давления в миллиметрах ртутного столба. Определите по рисунку значение атмосферного давления во вторник в 18:00. Ответ дайте в миллиметрах ртутного столба.



- 3) Найдите площадь квадрата $ABCD$, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 (см. рис.).



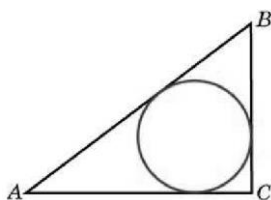
- 4) Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{4}} 16$.
- 5) Найдите корень уравнения $\sqrt{2x-1} = 3$.
- 6) Решите неравенство $4^{x+3} < 16$.

7) Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t=15$ с, $U=6$ В и $R=9$ Ом.

8) В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орёл выпадет хотя бы два раза.

9) Найдите больший корень уравнения $\log_6(x^2 + x) = 1$.

10) В треугольнике ABC известно, что $AC = 24$, $BC = 7$, угол C равен 90° . Найдите радиус вписанной окружности.

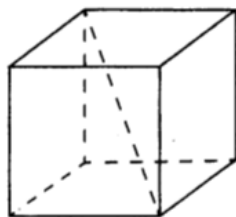


11) Найдите $3\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,6$.

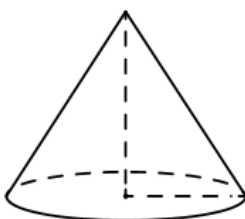
12) Найдите область определения функции $y = \ln(x - 9)$.

13) Найдите множество значений функции $y = \sin x + 4$.

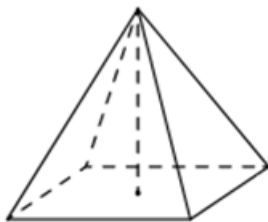
14) Найдите объем куба, диагональ которого равна $4\sqrt{2}$.



15) Объем конуса равен 80π , а его высота равна 15. Найдите радиус основания конуса.

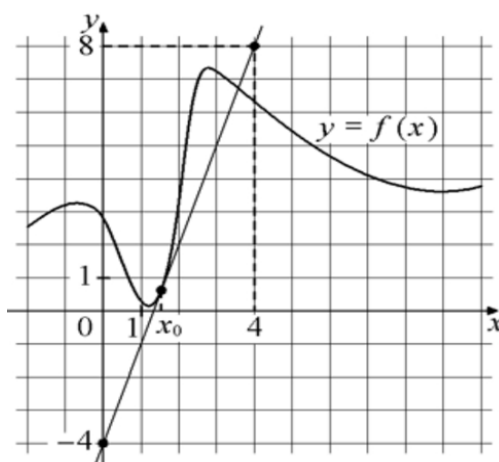


16) Найдите высоту правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 3, а ее объем равен 21.



17) Найдите значение производной функции $y = \sqrt{3} \sin x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

18) На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



19) Найдите точку минимума функции $y = 2x^3 - 27x^2 + 8$.

20) Решите уравнение $2 \cos^2 x + 9 \cos x - 5 = 0$

21) Торговая база закупила у изготовителя партию сумок и поставила ее магазину по оптовой цене, которая на 25% больше цены изготовителя. Магазин установил розничную цену на сумки на 40% выше оптовой. В период распродаж магазин снизил розничную цену на них на 20%. По какой цене были закуплены сумки у изготовителя, если на распродаже покупатель приобрел такую сумку за 4200 рублей.

**Ответы к дополнительному варианту экзаменационной работы
по общеобразовательной учебной дисциплине «Математика»**

№ задания	Ответ
1	32
2	756
3	7,5
4	4
5	5
6	$(-\infty; -1)$
7	60
8	0,5
9	2
10	3
11	-0,84
12	$(9; +\infty)$
13	$[3; 5]$
14	64
15	4
16	7
17	1,5
18	3
19	9
20	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$
21	3000