

Раздел 1. Электрические и магнитные цепи

Практическое занятие по теме: «Электрические цепи переменного тока»

Решение задач. Расчет электрических цепей переменного тока, с активными и реактивными элементами, трехфазных цепей

Цель: Приобрести практические навыки решений задач по расчету электрических цепей переменного тока, с активными и реактивными элементами, трехфазных цепей.

Оснащение: Формулы, примеры решения задач.

В процессе выполнения практической работы обучающийся должен знать основные формулы расчета, единицы измерения физических величин, математическое преобразование формул, обозначение физических величин.

Ход работы:

1. Ознакомьтесь с основными определениями, формулами и соотношениями.
2. Разбор примеров решений задач
3. Получение навыков в проведении расчетов.

Задание:

Решить задачи по карточкам

Основные определения, формулы и соотношения

Формула синусоидальной ЭДС: $e = E_m \sin(\omega t + \psi)$.

Мгновенные значения переменных ЭДС, напряжения, силы тока и мощности: e, u, i, p .

Амплитудные значения переменных ЭДС, напряжения, силы тока и мощности: E_m, U_m, I_m, P_m .

Действующие значения переменных ЭДС, напряжения, силы тока и мощности: $E = E_m / \sqrt{2}, U = U_m / \sqrt{2}, I = I_m / \sqrt{2}, P = P_m / \sqrt{2}$.

Круговая частота, рад/с: $\omega = 2\pi f$, где $f = 1/T$ — линейная частота, Гц; T — период, с. Для промышленной частоты $f = 50$ Гц: $\omega = 314$ рад/с.

Начальная фаза, град, — ψ .

Полное сопротивление ЭЦ, Ом (треугольник сопротивлений): $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$.

Индуктивное сопротивление, Ом: $X_L = \omega L = 2\pi f L$, где L — индуктивность катушки, Гн.

Емкостное сопротивление, Ом: $X_C = 1/(\omega C) = 1/(2\pi f C)$, где C — емкость конденсатора, Ф.

Реактивное сопротивление ЭЦ: $X_L - X_C$.

Треугольник напряжений: $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$.

Треугольник токов: $I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$.

Треугольник проводимостей: $y = \sqrt{(g_1 + g_2)^2 + (b_L - b_C)^2}$, где y — полная проводимость; $q_1 = R_1/Z_1^2$ и $q_2 = R_2/Z_2^2$ — активные составляющие проводимостей; $b_L = X_L/Z_1^2$ и $b_C = X_C/Z_2^2$ — реактивные составляющие проводимостей (b_L — индуктивная; b_C — емкостная); $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_L^2}$ и $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_C^2}$ — полные сопротивления параллельных ветвей.

Полная проводимость, См, — это величина, обратная полному сопротивлению $y = 1/Z$.

Треугольник мощностей: $S = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$, где S — полная мощность, В·А; P — активная мощность, Вт; Q — реактивная мощность, вар.

Коэффициент мощности: $\cos \varphi = P/S$.

Электрическая энергия заряженного конденсатора: $W_C = CU^2/2$.

Магнитная энергия индуктивной катушки: $W_L = LI^2/2$.

Период и частота свободных колебаний в контуре: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ и $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC})$ (резонансная частота $f_{\text{рез}}$ электрической цепи с последовательным включением индуктивной катушки и конденсатора), Гц.

Для промышленной частоты 50 Гц приближенно $C_{\text{рез}} = 10/L$, мкФ.

Характеристическое сопротивление контура: $\rho = \sqrt{L/C}$, Ом.

Добротность контура: $Q = U_L/U_R = \omega L/R = 1/(\omega CR) = \rho/R$.

2.1. При включении дросселя пускорегулирующей аппаратуры для люминесцентных ламп на постоянное напряжение 21 В амперметр показал величину тока 0,7 А. При включении этого же дросселя на переменное напряжение (220 В; 50 Гц) показания амперметра составили 0,5 А. Вычислить активное сопротивление дросселя и его индуктивность.

Решение. На постоянном токе $\omega = 0$ и, следовательно, $X_L = \omega L = 0$. Поэтому активное сопротивление дросселя определяем в соответствии с законом Ома: $R_{\text{др}} = U/I = 21/0,7 = 30$ Ом.

На переменном токе при частоте 50 Гц $\omega = 314$ рад/с и, следовательно, $X_L = \omega L = 314L$. В то же время полное сопротивление дросселя $Z_{\text{др}} = \sqrt{R_{\text{др}}^2 + X_L^2} = 220/0,5 = 440$ Ом. Откуда $X_L = \sqrt{Z_{\text{др}}^2 - R_{\text{др}}^2} = 439$ Ом, а $L = X_L/314 = 1,4$ Гн.

Ответ. Активное сопротивление дросселя равно 30 Ом, индуктивность — 1,4 Гн.

2.3. Лампу накаливания с параметрами $U_{\text{раб}} = 36$ В и $P = 40$ Вт необходимо включить в сеть с напряжением $U = 220$ В частотой 50 Гц. В качестве гасящего сопротивления использовать конденсатор. Определить емкость и рабочее напряжение конденсатора.

Алгоритм расчета

1. Вычислим рабочий ток, протекающий через лампу, учитывая ее чисто активный характер ($\cos \varphi = 1$): $I = P/U_{\text{раб}} = 40/36 = 1,1$ А.
2. Вычислим полное сопротивление ЭЦ, состоящей из последовательно включенного конденсатора и лампы: $Z = U/I = 220/1,1 = 200$ Ом.
3. Вычислим сопротивление лампы: $R_{\lambda} = U_{\text{раб}}/I = 36/1,1 = 32,7$ Ом.

4. Из треугольника сопротивлений определим значение емкостного сопротивления: $X_C = \sqrt{Z^2 - R_A^2} = 197 \text{ Ом}$.

5. Из выражения $X_C = 1/(\omega C)$ находим емкость конденсатора:

$$C = 1/(\omega X_C) = 16,1 \text{ мкФ}.$$

6. Рабочее напряжение конденсатора $U_C = X_C I = 197 \cdot 1,1 = 216,7 \text{ В}$.

Ответ. Чтобы погасить излишки напряжения, необходимо последовательно с лампой накаливания включить конденсатор емкостью 16 мкФ и рабочим напряжением 250 В.

Задача №1 Дросель пускорегулирующей аппаратуры для люминесцентных ламп имеет индуктивность 1,3 Гн. Вычислить индуктивное сопротивление на промышленной частоте.

Задача №2 При частоте 50 Гц емкостное сопротивление конденсатора равно 318 Ом. Вычислить емкость конденсатора.

Задача №3 Определить частоту, период свободных колебаний и характеристическое сопротивление идеального колебательного контура, элементы которого имеют следующие значения: $L=100 \text{ мГн}$; $C=50 \text{ мкФ}$

Задача №4 Определить частоту, и период свободных колебаний в идеальном контуре с характеристическим сопротивлением $\rho=40 \text{ Ом}$ и емкостью конденсатора $C=100 \text{ мкФ}$.

Задача №5 Определить добротность и частоту свободных колебаний контура с параметрами: $L=10 \text{ мГн}$; $C=100 \text{ пФ}$, $R=5 \text{ Ом}$

Основные определения, формулы и соотношения

Действующие значения несинусоидального тока и напряжения:
 $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_k^2}$; $U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_k^2}$, где I_0 и U_0 — постоянные составляющие тока и напряжения; I_k и U_k — действующие значения k -й гармоники тока и напряжения.

Активная мощность: $P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + U_k I_k \cos \varphi_k$.

Реактивная мощность: $Q = U_1 I_1 \sin \varphi_1 + U_2 I_2 \sin \varphi_2 + \dots + U_k I_k \sin \varphi_k$.

$X_{Lk} = k\omega L$ и $X_{Ck} = 1/(k\omega C)$ — индуктивное и емкостное сопротивление на k -й гармонике соответственно; φ_k — угол сдвига фаз между током и напряжением на k -й гармонике.

2.42. Форма напряжения на выходе электронного усилителя имеет вид, приведенный на рис. 2.7.

Выразить математически с помощью ряда Фурье представленную функцию и определить действующее значение выходного напряжения.

Решение. Из графика видно, что постоянная составляющая выходного напряжения усилителя (U_0) равна 5 В, а амплитуда гармонического колебания первой гармоники U_{1m} равна 4 В. Других гармоник в представленном сигнале нет. Следовательно, ряд Фурье принимает вид $u_{\text{вых}} = 5 + 4 \sin \omega t$.

Действующее значение напряжения гармонического колебания

$$U_1 = U_{1m} / \sqrt{2} = 2,84 \text{ В.}$$

Действующее значение выходного напряжения:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2} = \sqrt{5^2 + 2,84^2} = 5,75 \text{ В.}$$

Именно такое значение покажет включенный на выходе усилителя вольтметр электромагнитной системы.

Ответ. Мгновенное значение напряжения на выходе усилителя может быть записано в виде $u_{\text{вых}} = 5 + 4 \sin \omega t$. Действующее значение выходного напряжения равно 5,75 В.

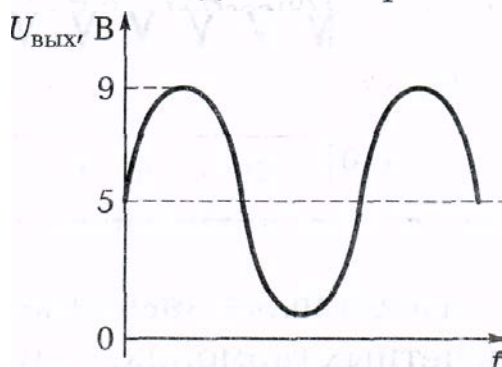
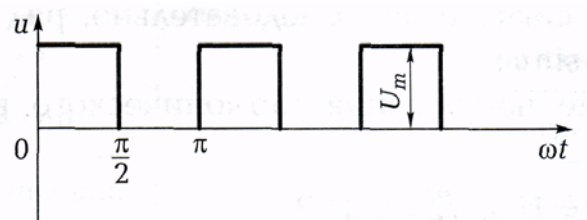


Рис 2.7

2.43 На выходе симметричного прямоугольных колебаний (мультивибратора) установились импульсы напряжения значением 5 В, форма которых приведена на рис. Вычислить действующее значение выходного напряжения с учетом гармоник, не более пяти.



$$u = U_m/2 + (2U_m/\pi) \times (\sin \omega t + (1/3)\sin 3\omega t + (1/5)\sin 5\omega t + \dots)$$

Действующее значение выходного несинусоидального напряжения находим в соответствии с выражением

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_3^2 + U_5^2} = \sqrt{U_0^2 + (U_{1m}^2 + U_{3m}^2 + U_{5m}^2)/2}.$$

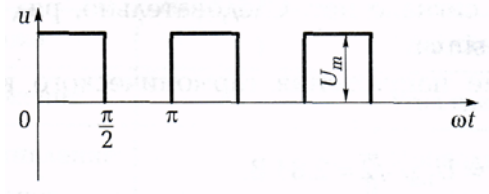
Если учитывать только 1-ю и 3-ю гармоники, то действующее значение выходного напряжения составляет 3.44 В

Выполненные вычисления показывают, что 5-я гармоника оказывает незначительное влияние на результат, что позволяет при вычислениях в цепях с несинусоидальными токами ограничиться лишь первыми двумя гармониками: в данном случае первой и третьей.

Ответ. Действующее значение напряжения на выходе мультивибратора составляет 3.44 В. При расчетах ЭЦ с несинусоидальными токами можно пренебрегать высшими гармониками.

Карточка 1

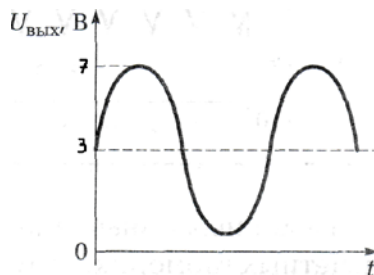
На выходе симметричного прямоугольных колебаний (мультивибратора) установились импульсы напряжения значением 5 В, форма которых приведена на рис. Вычислить действующее значение выходного напряжения с учетом гармоник, не более пяти.



$$u = U_m/2 + (2U_m/\pi) \times (\sin \omega t + (1/3)\sin 3\omega t + (1/5)\sin 5\omega t + \dots)$$

Карточка 2

Форма напряжения на выходе электронного усилителя имеет вид, приведенный на рисунке.



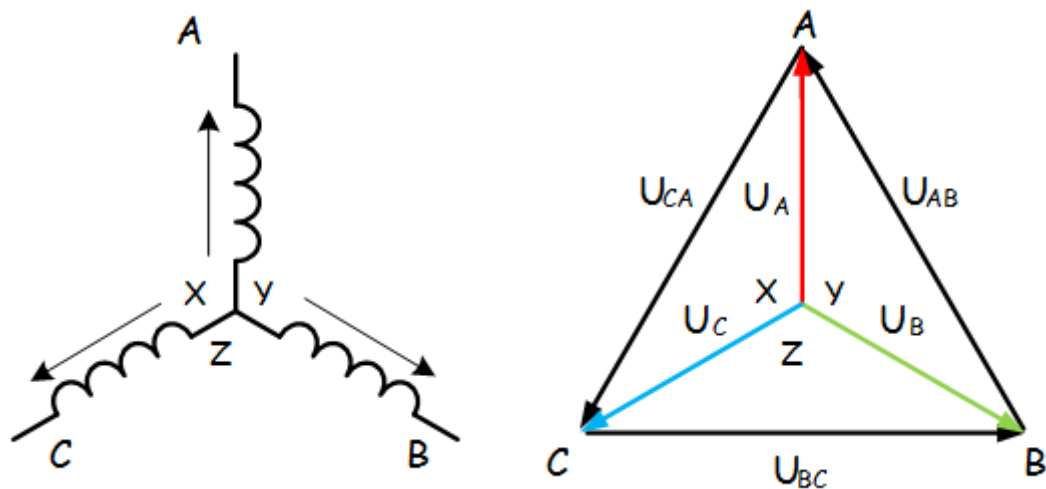
Выразить математически с помощью ряда Фурье представленную функцию и определить действующее значение выходного напряжения.

Трехфазные электрические цепи получили широкое распространение в промышленности, благодаря своим немалым преимуществам перед другими системами электрических цепей. К ним относятся – экономичность передачи энергии, относительная простота создания вращающегося магнитного поля, а также возможность получения двух значений напряжения. Основными потребителями трехфазных систем являются асинхронные двигатели, а основными источниками – трехфазные генераторы.

Задача 1.

Обмотки трехфазного генератора соединены по схеме “звезда”, э.д.с. в них 220 В. Построить векторные диаграммы и определить линейные напряжения для схемы соединения, в которой в одной точке сходятся: а) X Y Z б) X B Z в) X B C . Начала обмоток – A,B,C, концы обмоток – X,Y,Z. Принять нагрузку на генераторе равной нулю.

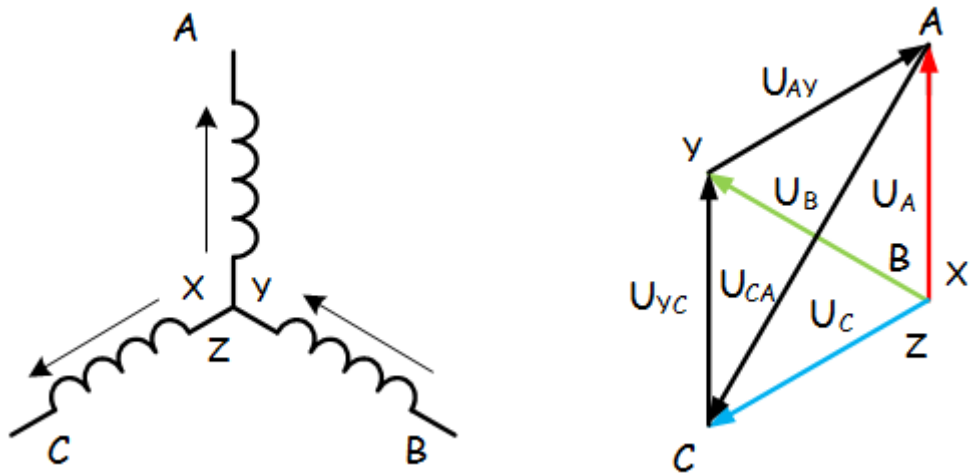
а) Для данной схемы соединения векторная диаграмма будет выглядеть следующим образом



Линейные напряжения в данном случае будут равны и определяться как

$$U_{AB} = U_{CA} = U_{BC} = \sqrt{3}U_{\phi} = \sqrt{3} * 220 = 380 \text{ В}$$

б) Так как обмотка ВY подключена началом в нейтральную точку, то вектор напряжения оказывается повернутым на 180 относительно нормального положения.

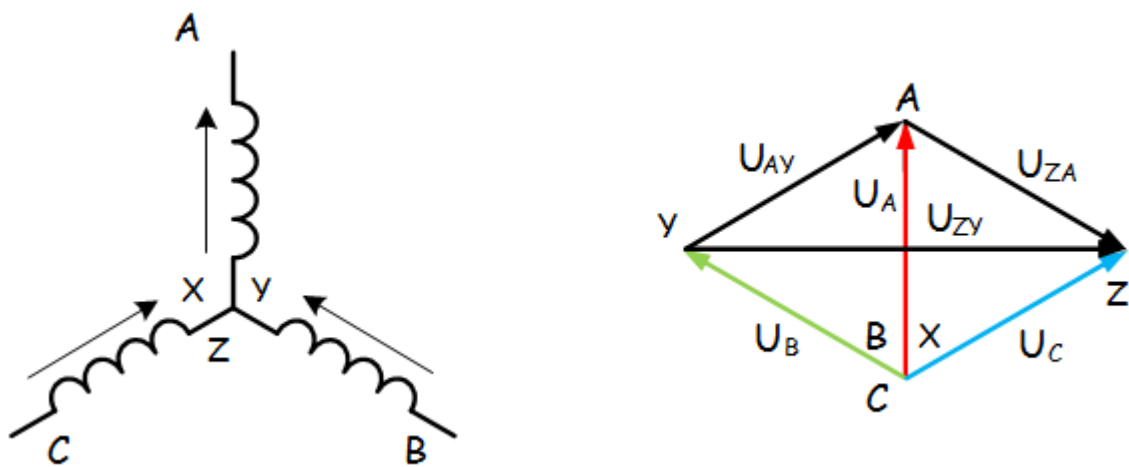


Линейные напряжения в данном примере будут разными по значению

$$U_{AY} = U_{YC} = U_{\phi} = 220\text{В}$$

$$U_{CA} = \sqrt{3}U_{\phi} = 380\text{ В}$$

в) В данном случае относительно нормального положения повернуты вектора двух обмоток – BY и CZ.



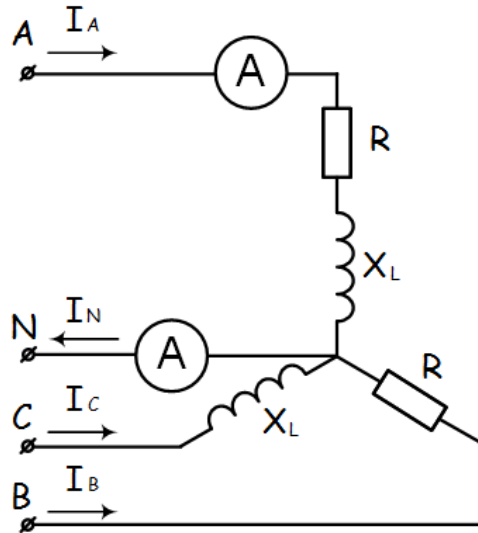
Как и в предыдущем примере, линейные напряжения не будут равны

$$U_{AY} = U_{ZA} = U_{\phi} = 220\text{В}$$

$$U_{ZY} = \sqrt{3}U_{\phi} = 380\text{ В}$$

Задача 2

К зажимам приемника подсоединён трехфазный генератор, как показано на схеме. Определить показания амперметров A_1, A_2 и фазные токи зная, что $U_{\text{л}}=380\text{В}$, $R=50\text{ Ом}$, $x_L=35\text{ Ом}$.



Определим комплексные значения сопротивления (для удобства вычислений будем переводить в показательную форму)

$$\underline{Z}_A = R + jx_L = 50 + j35 = 61e^{j35} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_B = R = 50 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_C = jx_L = 35e^{j90} \text{ Ом}$$

Напряжения в фазах будет равно

$$\dot{U}_A = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В}$$

$$\dot{U}_B = 220e^{-j120} \text{ В}$$

$$\dot{U}_C = 220e^{j120} \text{ В}$$

$$\underline{i}_A = \frac{\underline{\dot{U}}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{220}{61e^{j35}} = 3.61e^{-j35} \text{ A}$$

$$\underline{i}_B = \frac{\underline{\dot{U}}_B}{\underline{Z}_B} = \frac{220e^{-j120}}{50} = 4.4e^{-j120} \text{ A}$$

$$\underline{i}_C = \frac{\underline{\dot{U}}_C}{\underline{Z}_C} = \frac{220e^{j120}}{35e^{j90}} = 6.29e^{j30} \text{ A}$$

Токи в фазах

Ток в нейтральном проводе равен (для удобства сложения сначала переведем из показательной формы в алгебраическую, а затем наоборот)

$$\begin{aligned} \underline{i}_N &= \underline{i}_A + \underline{i}_B + \underline{i}_C = (-3,26 + j1,55) + (3,58 - j2,55) + (0,97 - j6,21) \\ &= 1,29 - j7,21 = 7,32e^{-j80} \text{ A} \end{aligned}$$

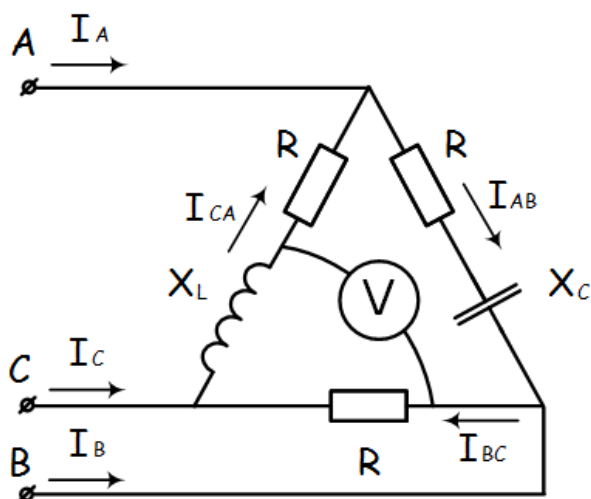
Соответственно, показания амперметров будут следующими:

$$I_{A1} = I_A = 3.61 \text{ A}$$

$$I_{A2} = I_N = 7,32 \text{ A}$$

Задача 3

К зажимам приемника, подсоединён трехфазный генератор, обмотки которого соединены по схеме “треугольник”. Определить фазные и линейные токи, показания вольтметра, зная, что линейное напряжение равно 220 В, $R=25 \text{ Ом}$, $x_L=x_C=10 \text{ Ом}$.



Как и в предыдущей задаче, в первую очередь определим комплексы сопротивлений

$$\underline{Z_{AB}} = 25 - j10 = 27e^{-j22} \text{ Ом}$$

$$\underline{Z_{BC}} = 25 \text{ Ом}$$

$\underline{Z_{CA}} = 25 + j10 = 27e^{j22} \text{ Ом}$ Фазное напряжение при данном соединении будет равно линейному, следовательно

$$\dot{U}_{AB} = 220e^{j30} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{BC} = 220e^{-j90} \text{ В}$$

$$\dot{U}_{CA} = 220e^{j150} \text{ В}$$

Фазные токи при несимметричной нагрузке не равны

$$\underline{i_{AB}} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z_{AB}}} = \frac{220e^{j30}}{27e^{-j22}} = 8.15e^{j52} \text{ А}$$

$$\underline{i_{BC}} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z_{BC}}} = \frac{220e^{-j90}}{25} = 8.8e^{-j90} \text{ А}$$

$$\underline{i_{CA}} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z_{CA}}} = \frac{220e^{j150}}{27e^{j22}} = 8.15e^{j128} \text{ А}$$

Для определения линейных токов представим фазные токи в алгебраической форме комплексного числа

$$\underline{i_A} = \underline{i_{AB}} - \underline{i_{CA}} = (-1.33 + j8.04) - (-1.33 + j5.88) = j2.16 \text{ А}$$

$$\underline{i_B} = \underline{i_{BC}} - \underline{i_{AB}} = (-1.43 - j7.87) - (-1.33 + j8.04) = -0.1 - j15.91 \text{ А}$$

$$\underline{i_C} = \underline{i_{CA}} - \underline{i_{BC}} = (-1.33 + j8.04) - (-1.43 - j7.87) = 0.1 - j13.75 \text{ А}$$

Сумма линейных токов

$$\underline{i_A} + \underline{i_B} + \underline{i_C} = j2.16 + (-0.1 - j15.91) + (0.1 - j13.75) = 0$$

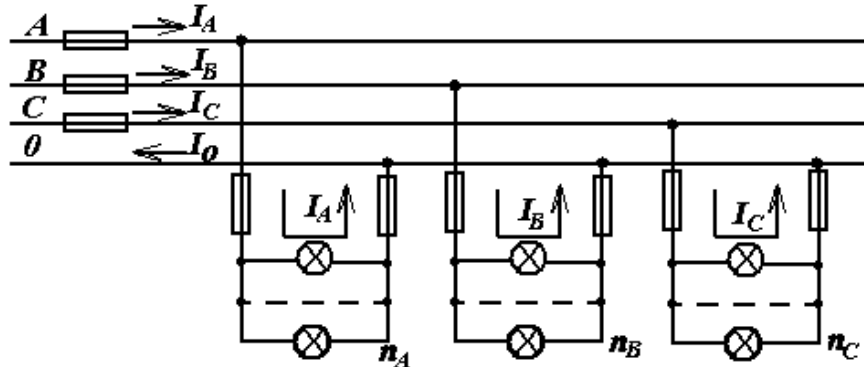
Равенство нулю суммы линейных токов является свойством любой трёхфазной системы.

Чтобы определить показания вольтметра, найдём сумму падений напряжения на x_L и R в соответствующих обмотках.

$$\begin{aligned} U_v &= \underline{i_{CA}}(jx_L) + \underline{i_{BC}}R = (-1.33 + j5.88) * j10 + (-1.43 - j7.87) * 25 \\ &= (-58.8 - j13.3) + (-35.75 - j196.75) = -94.55 - j210.05 = 230e^{j66} \\ &= 230 \text{ В} \end{aligned}$$

1 вариант

Задача №1 В четырехпроводную сеть трехфазного тока с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ включены по схеме "звезда" три группы электрических ламп накаливания одинаковой мощности. В каждой группе лампы соединены параллельно. В среднем сопротивление одной лампы составляет $R_{\text{лампы}} = 484 \text{ Ом}$.



Первая группа ламп включена в фазу А, число ламп в ней $n_A = 80$ шт.

Вторая группа ламп включена в фазу В, число ламп в ней $n_B = 30$ шт.

Третья группа ламп включена в фазу С, число ламп в ней $n_C = 50$ шт.

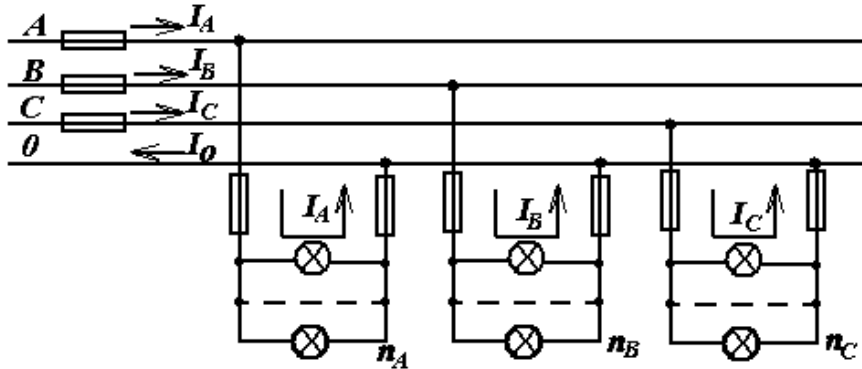
Определить ток ламп I , напряжение U ламп, мощность P ламп, на которые рассчитана лампа; Токи I_A , I_B , I_C , протекающие в проводах.

Задача №2 В трехфазную четырехпроводную сеть включены звездой лампы накаливания мощностью $P = 400 \text{ Вт}$ каждая. В фазу А включили 20 ламп, в фазу В - 60 ламп и в фазу С - 30 ламп. Линейное напряжение сети $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$. Определить токи в фазах.

Задача №3 В трехфазную четырехпроводную сеть включили звездой несимметричную нагрузку: в фазу А - конденсатор с емкостным сопротивлением $x_A = 15 \text{ Ом}$; в фазу В - активное сопротивление $R_B = 10 \text{ Ом}$ и индуктивное $x_B = 5 \text{ Ом}$, в фазу С - активное сопротивление $R_C = 15 \text{ Ом}$. Линейное напряжение сети $U_{\text{ном}} = 380 \text{ В}$. Определить фазные токи и коэффициент мощности.

2 вариант

Задача №1 В четырехпроводную сеть трехфазного тока с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ включены по схеме "звезда" три группы электрических ламп накаливания одинаковой мощности. В каждой группе лампы соединены параллельно. В среднем сопротивление одной лампы составляет $R_{\text{лампы}} = 484 \text{ Ом}$.



Первая группа ламп включена в фазу А, число ламп в ней $n_A = 70$ шт.

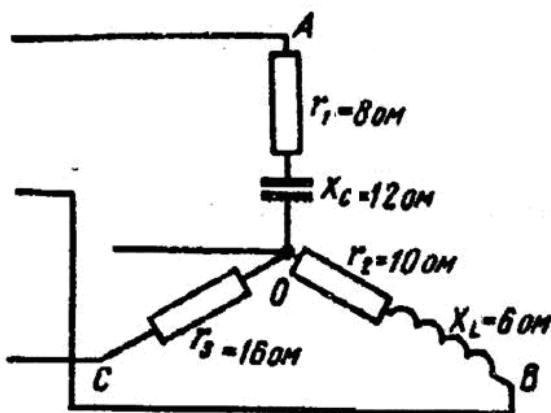
Вторая группа ламп включена в фазу В, число ламп в ней $n_B = 25$ шт.

Третья группа ламп включена в фазу С, число ламп в ней $n_C = 40$ шт.

Определить ток ламп I , напряжение U ламп, мощность P ламп, на которые рассчитана лампа; Токи I_A, I_B, I_C , протекающие в проводах.

Задача №2 К четырех проводной трехфазной сети с действующим значением линейного напряжения 220 В подключена неравномерная активная нагрузка с потребляемой мощностью в фазах $P_A = 5 \text{ кВт}$, $P_B = 8 \text{ кВт}$, $P_C = 0,4 \text{ кВт}$. Определить действующее значение тока в нейтральном проводе.

Задача №3 В каждую фазу трехфазной четырехпроводной сети включили сопротивления так, как показано на рисунке. Величины сопротивлений даны на рисунке. Линейное напряжение сети $U = 380 \text{ В}$. Определить: линейные токи, углы сдвига фаз, ток в нулевом проводе, активную, реактивную и полную мощности трех фаз. Построить в масштабе векторную диаграмму.



Контрольные вопросы:

1. Назовите основные формулы расчета электрических цепей переменного тока
2. Назовите основные формулы расчета электрических цепей с активными и реактивными элементами
3. Назовите основные формулы расчета трехфазных электрических цепей
4. Перечислите единицы измерения основных формул
5. Перечислите обозначения основных физических величин