Дорогие ребята! Изучите ,пожалуйста , тему внимательно. Будут вопросы, пишите в контакте. https://vk.com/id76657180 . Роза Ю..

ТЕМА: ИНТЕГРИРОВАНИЕ ПО ЧАСТЯМ

Интегри́рование по частя́м — один из *способов* нахождения *интеграла*. Метод интегрирования по частям состоит в применении этой формулы.

$$\int u dv = uv - \int v du$$

Применять ее целесообразно, когда интеграл в правой части формулы более прост для нахождения, нежели исходный. Отметим, что в некоторых случаях формулу необходимо применять несколько раз.

ПРИМЕР (Объясняю очень подробно, следите за цветами)

Вычислить интеграл : $\int x \ln x \, dx$

Как видите, интеграл не табличный , и найти его просто по таблице интегралов (смотрите ниже) не получится. Попробуем интегрирование по частям.

$$\int x \ln x \, dx$$

= [обозначим через $u = \ln x$, а через $dv = x dx$

теперь найдем значения du и v, так как они содержатся в правой части формулы.

Чтобы найти du надо найти производную от u $du = \frac{1}{x} dx$ так как произ – водная $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Чтобы найти v, надо найти интеграл от dv $v = \int x dx = \frac{x^2}{2}$ по таблице интегралов(см. ниже). Подставим теперь в формулу:

$$\int u dv = uv - \int v du \text{]}$$

$$\int x \ln x \, dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x}{2} dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int x \, dx =$$

$$\frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C = \frac{x^2}{2} \ln x - \cdot \frac{x^2}{4} + C$$

Ответ: $\frac{x^2}{2} \ln x - \cdot \frac{x^2}{4} + C$

Пример 1. Вычислим по частям неопределенный интеграл $\int x\cos x\,dx$.

Решение. Положим $u=x,\ dv=\cos x\,dx$. Тогда $du=dx,\ v=\sin x$.

Используя формулу интегрирования по частям (1), получаем:

$$\int x\cos x\,dx=x\sin x-\int \sin x\,dx=x\sin x+\cos x+C.$$

Замечание. При нахождении v не пишут промежуточную произвольную постоянную C_1, так как она не оказывает влияния на окончательный результат.

В некоторых случаях интегрирование по частям приходится применять неоднократно.

Пример 2. Вычислим интеграл $\int x^2\sin x\,dx$ с помощью метода интегрирования по частям.

Решение. Положим $u=x^2,\ dv=\sin x\,dx$. Тогда $du=2x\,dx,\ v=-\cos x$.

Используя формулу (1), получим:

$$\int x^2\sin x\,dx=-x^2\cos x+2\int x\cos x\,dx. \qquad (2)$$

Чтобы вычислить полученный в правой части равенства (2) интеграл, приходится снова использовать метод интегрирования по частям. Получим (см. пример 1):

$$\int x\cos x\,dx=x\sin x+\cos x+C_1.$$

Возвращаясь к исходному интегралу и воспользовавшись промежуточным равенством (2), окончательно получаем:

$$\int x^2\sin x\,dx=-x^2\cos x+2(x\sin x+\cos x+C_1)=2x\sin x+(2-x^2)\cos x+C\ \ (C=2C_1).$$

Источник: http://www.mathhelpplanet.com/static.php?p=integrirovanie-po-chastyam

Задание по теме

Вычислить интегралы:

1) $\int x\cdot e^x dx=$

2) $\int (x^2-15)\ln x dx=$

3) $\int x\sin x\,dx=$

4) $\int \cos x\,(7-5x)dx=$

В ПОМОЩЬ: ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

1. $\int 1\cdot dx = \int dx = x + C,$
2. $\int x^{\alpha} dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \ (\alpha \neq -1),$
3. $\int \frac{1}{x} dx = \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C,$
4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \ (a > 0),$
5. $\int e^x dx = e^x + C,$
6. $\int \cos x dx = \sin x + C,$
7. $\int \sin x dx = -\cos x + C,$
8. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C,$
9. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C,$
10. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C,$
11. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C = -\operatorname{arcctg} x + C_1,$
12. $\int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + C,$
13. $\int \operatorname{ch} x = \operatorname{sh} x + C,$
14. $\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x + C,$
15. $\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x + C.$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

1. $c' = 0,\ c = \text{const}$
2. $(x^n)' = nx^{n-1}$
3. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
4. $(e^x)' = e^x$
5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$
6. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
7. $(\sin x)' = \cos x$
8. $(\cos x)' = -\sin x$
9. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
10. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
11. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
12. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
13. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
14. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$
15. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$
16. $(\operatorname{sh} x)' = \operatorname{ch} x$
17. $(\operatorname{ch} x)' = \operatorname{sh} x$
18. $(\operatorname{th} x)' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x}$
19. $(\operatorname{cth} x)' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$